5. Szabályozótervezési alapok

5.1. A szabályozótervezési feladat megfogalmazása

A szabályozótervezés során az irányítási feladatot megoldó szabályozót kívánjuk meghatározni. Cél a feladatnak megfelelő *szabályozóstruktúra* kiválasztása, valamint a kiválasztott *szabályozó paraméterei*nek meghatározása.
A *folyamatot* ismertnek tekintjük: ismert a folyamatot leíró modell struktúrája (fokszáma, zérusainak száma, stb.) valamint a folyamat paraméterei (időállandók, holtidő, stb.). Ennek alapján a folyamatot leíró modellt kell meghatározni. Egy bemenetű, egy kimenetű rendszerek irányítása esetén a szabályozótervezéshez a folyamatot általában átviteli függvénnyel célszerű modellezni. A modell az összevont folyamatot kell leírja: a beavatkozó – irányított folyamat – érzékelő összevont modelljét.
A szabályozó tervezéséhez adottak a *követelmények*, vagyis az elvárások, hogy hogyan viselkedjen az irányított rendszer. A legfontosabb követelménycsoportok:
- *Tranziens állapotbeli követelmények*: adottak a tranziens állapotbeli jellemzők (például szabályzási idő, túllövés).
- *Állandósult állapotbeli követelmények*: a tranziensek lejárta utáni állapot jellemzői. Állandósult állapotban a szabályozási pontosság a legfontosabb követelmény, vagyis mennyire tér el a folyamat kimenete az alapjeltől.
- *Robusztussági, zajelnyomási követelmények*: Pontatlanul ismert, időben korlátosan változó paraméterek és a rendszerre ható külső zajok mellett is a szabályozónak biztosítani kell az irányítási rendszer stabilitását, valamint a tranziens- és állandósult állapotbeli szabályozási minőségi jellemzők előírt korlátokon belül tartását.
- *Beavatkozó jel korlátossága*: A szabályozó által kiszámított beavatkozó jel nem lehet nagyobb, mint amit a beavatkozó bemenete képes fogadni.

A követelményeket úgy kell megfogalmazni, hogy ne legyenek ellentmondásosak. Például túl kicsi szabályozási idő előírása esetén a beavatkozó jel értéke a szabályozás indításánál olyan nagy lehet, hogy sérteni fogja a beavatkozó jel korlátosságára kitűzött követelményeket.
Tehát szabályozótervezési feladat megoldásánál adott követelmények és folyamatmodell mellett kell a szabályozót meghatározni.

5.2. Tervezési alapmódszerek

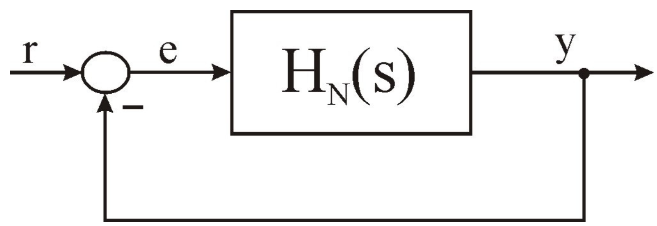
A szabályozási követelmények biztosítására elterjedt néhány alapmódszer, amelyek a folyamatok széles osztályánál alkalmazhatóak.

5.2.1. Negatív visszacsatolás

Közismert, hogy visszacsatolással a rendszerek dinamikus és állandósult állapotbeli jellemzői, stabilitása megváltoztathatóak. A tipikus szabályozási rendszer esetében a szabályozó a folyamattal sorba van csatolva majd az így képzett nyílt rendszert visszacsatolva kapjuk a zárt rendszert.
Tehát a nyílt rendszert a szabályozó és folyamat képezi, így ha a folyamat modellje $H_F(s)$, a szabályozó modellje $H_C(s)$, a nyílt rendszer modellje:

$$H_N(s) = H_C(s)H_F(s) \tag{5.1}$$

A 5.1 Ábra alapján a nyílt rendszer átviteli függvényének ismeretében meghatározhatjuk a zárt rendszer átviteli függvényét.



5.1 Ábra: A visszacsatolt zárt rendszer

A szabályozási hibát az alapjel és a folyamat mért kimenete különbségeként írhatjuk fel:

$$e(s) = r(s) - y(s) \tag{5.2}$$

Mivel a zárt rendszer átviteli függvénye $H_0(s) = \dfrac{y(s)}{r(s)}$ és a nyílt rendszer átviteli függvénye $H_N(s) = \dfrac{y(s)}{e(s)}$, az (5.2) összefüggés alapján:

$$\frac{e(s)}{y(s)} = \frac{r(s)}{y(s)} - 1$$

$$\frac{1}{H_N(s)} = \frac{1}{H_0(s)} - 1$$

$$H_0(s) = \frac{H_N(s)}{H_N(s)+1} \tag{5.3}$$

Az (5.3) összefüggés alapján látszik, hogy a rendszer pólusai a visszacsatolás miatt megváltoznak, tehát a visszacsatolt rendszer más tranziens viselkedést mutat, mint a nyílt rendszer, a pólusok helyét megváltoztathatjuk.

Mintavételes rendszerek esetében (ha a nyílt rendszer diszkrét átviteli függvénnyel modellezhető – $H_N(z)$) a zárt rendszer ($H_0(z)$) formáját ugyancsak az (5.3) összefüggéssel számolhatjuk.

5.1 Példa: Legyen a nyílt rendszer egy elsőfokú, nagy erősítésű stabil rendszer:

$$H_N(s) = \frac{K}{Ts+1}, \quad T > 0, \quad K >> 1 \tag{5.4}$$

Határozzuk meg a zárt rendszer modelljét.

Az (5.3) összefüggést alkalmazva:

$$H_0(s) = \frac{\dfrac{K}{Ts+1}}{\dfrac{K}{Ts+1}+1} = \frac{K}{K+Ts+1} = \frac{\dfrac{K}{K+1}}{1+\dfrac{T}{K+1}s} \tag{5.5}$$

A visszacsatolt rendszer időállandója kisebb lesz, tehát a visszacsatolt rendszer gyorsabban fog válaszolni, mint a nyílt rendszer. Ugyanakkor nagy K érték esetén a visszacsatolt zárt rendszer erősítése egységhez közeli lesz.

5.2.2. Pólus-zérus kiejtés elve

A folyamat dinamikus viselkedését annak pólusai és zérusai határozzák meg. Ha valamelyik pólus vagy zérus jelenléte által kiváltott tranziens viselkedéstől meg szeretnénk szabadulni, akkor célszerű a szabályozót úgy megválasztani, hogy az adott pólus vagy zérus hatását kiejtse.
Feltételezzük, hogy a folyamatot leíró modell két pólust és két zérust tartalmaz:

$$H_F(s) = \frac{(s-z_1)(s-z_2)}{(s-p_1)(s-p_2)} \tag{5.6}$$

Ha a p_1 pólustól és z_1 zérustól szeretnénk megszabadulni, akkor a szabályozót az alábbi formában választhatjuk meg:

$$H_C(s) = \frac{s-p_1}{s-z_1} \tag{5.7}$$

Ebben az esetben a nyílt rendszer:

$$H_N(s) = H_C(s)\cdot H_F(s) = \frac{(s-p_1)}{(s-z_1)}\cdot\frac{(s-z_1)(s-z_2)}{(s-p_1)(s-p_2)} = \frac{s-z_2}{s-p_2} \tag{5.8}$$

A módszer fő hátránya, hogy nem robusztus: a gyakorlatban mindig van eltérés a valós rendszer pólusai/zérusai és az alkalmazott modell pólusai/zérusai között. Így a szabályozó nem ejti ki a valós folyamat pólusait, hanem csak újakat visz a rendszerbe. Legyenek a valós rendszer pólusai/ zérusai: $z_1 + \delta z_1$, $z_2 + \delta z_2$, $p_1 + \delta p_1$, $p_2 + \delta p_2$. Így a nyílt rendszer a szabályozóval:

$$H_N(s) = \frac{(s - p_1)}{(s - z_1)} \cdot \frac{(s - (z_1 + \delta z_1))(s - (z_2 + \delta z_2))}{(s - (p_1 + \delta p_1))(s - (p_2 + \delta p_2))} \tag{5.9}$$

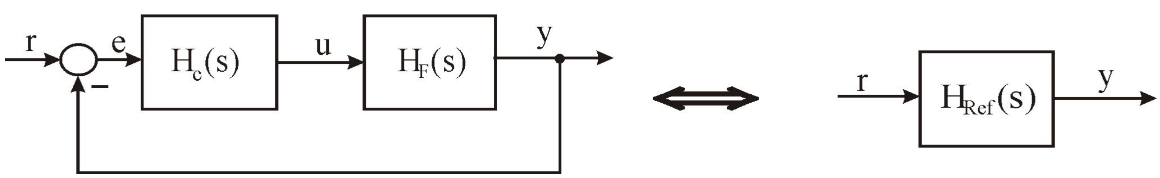
Ezért a módszer nem alkalmazható, ha instabil zérust akarunk kiejteni, mivel ekkor a szabályozó instabil rendszer lenne (instabil pólussal rendelkezne). Mivel a pólus-zérus kiejtés nem valósul meg tökéletesen, a szabályozott nyílt rendszer az (5.9) összefüggés alapján instabillá válna.

Alkalmazható a módszer abban az esetben, ha lassú, stabil pólusokat kell kiejteni a szabályozási idő növelésének érdekében. (Lassú pólusok tipikusan a rendszer legkisebb értékű pólusai. Ha a pólus értéke kicsi, ez nagy időállandót, lassú választ jelent). Ha az eltérés a valós és lassú pólus között nem jelentős (δp_1 értéke kicsi), akkor az $\frac{s - p_1}{s - (p_1 + \delta p_1)}$ átvitel értéke megközelíti az egységnyi ideális erősítő átvitelét.

A pólus-zérus kiejtés módszerét általában a visszacsatolás módszerével együtt szokás alkalmazni. A módszer alkalmazható diszkrét átviteli függvényekkel megadott rendszerekre is.

5.2.3. Előírt mintarendszer alapú tervezés

Az előírt mintarendszer alapú tervezési módszer esetében meg kell keresni azt a dinamikus rendszert, amely az előírt tranziens és állandósult állapotbeli követelményeknek eleget tesz. A mintarendszer meghatározása után a szabályozót úgy kell megválasztani, hogy a visszacsatolt zárt rendszer ugyanolyan viselkedést mutasson, mint az előírt mintarendszer. (lásd 5.2 Ábra)



5.2 Ábra: Előírt mintarendszer alapú tervezés

Legyen a folyamat átviteli függvénye $H_F(s)$, az előírt mintarendszer átviteli függvénye $H_{Ref}(s)$. Keressük a szabályozó $H_C(s)$ átviteli függvényét. Az (5.1) és (5.3) összefüggések alapján a zárt rendszer modellje:

$$H_0(s) = \frac{H_C(s) \cdot H_F(s)}{1 + H_C(s) \cdot H_F(s)} \tag{5.10}$$

A zárt rendszer modellje meg kell, hogy egyezzen a mintarendszer átviteli függvényével $H_0(s) = H_{\mathrm{Re}f}(s)$, így:

$$H_{\mathrm{Re}f}(s) = \frac{H_C(s) \cdot H_F(s)}{1 + H_C(s) \cdot H_F(s)} \tag{5.11}$$

Az (5.11) összefüggés alapján a szabályozót leíró dinamikus modell automatikusan következik:

$$H_{\mathrm{Re}f}(s) + H_{\mathrm{Re}f}(s) \cdot H_C(s) \cdot H_F(s) = H_C(s) \cdot H_F(s)$$

$$H_{\mathrm{Re}f}(s) = H_C(s) \cdot H_F(s)\left(1 - H_{\mathrm{Re}f}(s)\right)$$

$$H_C(s) = \frac{1}{H_F(s)} \cdot \frac{H_{\mathrm{Re}f}(s)}{1 - H_{\mathrm{Re}f}(s)} \tag{5.12}$$

Mintavételes rendszerek esetében, ha a mintarendszer és a folyamat modell diszkrét étviteli függvényekkel van megadva ($H_F(z), H_{\mathrm{Re}f}(z)$), a szabályozó modelljét ugyancsak az (5.12) formában kapjuk:

$$H_C(z) = \frac{1}{H_F(z)} \cdot \frac{H_{\mathrm{Re}f}(z)}{1 - H_{\mathrm{Re}f}(z)} \tag{5.13}$$

5.2.4. Fokszám feltétel előírt mintarendszer alapú tervezés esetén

5.2-a Példa: Legyen a folyamat egy elsőfokú rendszer $H_F(s) = \frac{K}{Ts+1}$. Határozzuk meg a szabályozót úgy, hogy a zárt rendszer másodfokú lengőrendszerként viselkedjen:
$H_{\mathrm{Re}f}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$

Az (5.12) összefüggés alapján következik:

$$H_C(s) = \frac{Ts+1}{K} \cdot \frac{\dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}}{1 - \dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}} = \frac{Ts+1}{K} \cdot \frac{\omega_n^2}{s\left(s + 2\xi\omega_n\right)} = \frac{\omega_n^2}{K} \cdot \frac{Ts+1}{s\left(s + 2\xi\omega_n\right)} \tag{5.14}$$

A kapott szabályozó integrátort tartalmaz, két pólusa, egy zérusa van.

5.2-b Példa: Legyen a folyamat egy másodfokú lengőrendszer $H_F(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$. Határozzuk meg a szabályozót úgy, hogy a zárt rendszer elsőfokú rendszerként viselkedjen: $H_{\mathrm{Re}\,f}(s)=\dfrac{K}{Ts+1}$

Az (5.12) összefüggés alapján következik:

$$H_C(s)=\frac{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}{\omega_n^2}\cdot\frac{\dfrac{K}{Ts+1}}{1-\dfrac{K}{Ts+1}}=\frac{K}{\omega_n^2}\cdot\frac{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}{Ts+1-K} \tag{5.15}$$

A kapott szabályozónak két zérusa, egy pólusa van, tehát nem kauzális, nem megvalósítható. Tehát nem létezik olyan megvalósítható szabályozó, amely biztosítaná, hogy másodfokú folyamat elsőfokú rendszerként viselkedjen.

Általánosan feltevődik a kérdés, hogy a folyamat és a referenciarendszer fokszámai (pólusainak és zérusainak számai) között milyen összefüggés kell fennálljon ahhoz, hogy a szabályozó megvalósítható (kauzális) legyen. Jelölje *gr{·}* általában egy polinom fokszámát. Legyenek a folyamat és a mintarendszer fokszámai:

$$H_F(s)=\frac{Q_F(s)}{P_F(s)}\quad gr\{Q_F(s)\}\le gr\{P_F(s)\} \tag{5.16}$$

$$H_{\mathrm{Re}\,f}(s)=\frac{Q_{\mathrm{Re}\,f}(s)}{P_{\mathrm{Re}\,f}(s)}\quad gr\{Q_{\mathrm{Re}\,f}(s)\}\le gr\{P_{\mathrm{Re}\,f}(s)\} \tag{5.17}$$

A szabályozó modell fokszámát az (5.12) összefüggés alapján határozhatjuk meg:

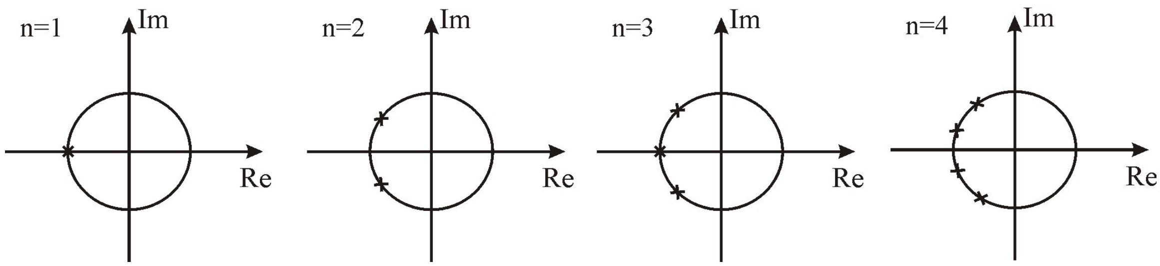
$$H_C(s)=\frac{Q_C(s)}{P_C(s)}=\frac{P_F(s)}{Q_F(s)}\cdot\frac{\dfrac{Q_{\mathrm{Re}\,f}(s)}{P_{\mathrm{Re}\,f}(s)}}{1-\dfrac{Q_{\mathrm{Re}\,f}(s)}{P_{\mathrm{Re}\,f}(s)}}=\frac{P_F(s)}{Q_F(s)}\cdot\frac{Q_{\mathrm{Re}\,f}(s)}{P_{\mathrm{Re}\,f}(s)-Q_{\mathrm{Re}\,f}(s)} \tag{5.18}$$

A (5.18) alapján látszik, hogy annak a feltétele, hogy a szabályozó kauzális legyen - $gr\{P_C(s)\}\ge gr\{Q_C(s)\}$:

$$gr\{P_{\mathrm{Re}\,f}-Q_{\mathrm{Re}\,f}\}-gr\{Q_{\mathrm{Re}\,f}\}\ge gr\{P_F\}-gr\{Q_F\} \tag{5.19}$$

A szabályozó megvalósíthatóságának feltétele, hogy a mintarendszer és a folyamat fokszámai között az (5.19) feltétel teljesüljön.

5.3 Példa: (Guillemin-Truxal tervezés) A módszer a mintarendszer megválasztására olyan rendszereket ajánl, amelyek egységnyi erősítésűek (tehát egységugrás bemenetre a kimenet értéke állandósult állapotban 1), nem tartalmaznak zérusokat és a mintarendszer nevezőit az ún. Butterworth polinomok képezik. Ezen polinomok gyökei a komplex tér bal félsíkjában, az egységsugarú körön egyenletesen vannak eloszolva (lásd 5.3 Ábra). Az így megválasztott pólusok stabil zárt rendszert, kis túllövésű szabályozási tranzienst eredményeznek.



5.3 Ábra: A Butterworth polinomok gyökeinek elhelyezkedése a komplex síkban

A mintarendszer általános alakja:

$$H_{\mathrm{Re}f}(s) = \frac{Q_{\mathrm{Re}f}(s)}{P_{\mathrm{Re}f}(s)} = \frac{b_0}{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \ldots + b_1 s + b_0} \tag{5.20}$$

Az (5.19) fokszám feltétel szerint a P_{ref} polinom n fokszámát az alábbi összefüggés alapján kell megválasztani:

$$n > gr\{P_F\} - gr\{Q_F\} \tag{5.21}$$

Ha a folyamat nem tartalmaz integrátort, az a szabályozóban jelenik meg. A szabályozó alakja egyszerűen következik az (5.12) összefüggésből:

$$H_C(s) = \frac{1}{H_F(s)} \cdot \frac{H_{\mathrm{Re}f}(s)}{1 - H_{\mathrm{Re}f}(s)} = \frac{1}{H_F(s)} \cdot \frac{\dfrac{b_0}{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \ldots + b_1 s + b_0}}{1 - \dfrac{b_0}{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \ldots + b_1 s + b_0}} = \frac{1}{H_F(s)} \cdot \frac{b_0}{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \ldots + b_1 s}$$

5.3.A másodfokú lengőrendszer

Irányítástechnikai alkalmazásoknál kiemelt jelentőségű rendszermodell a másodfokú lengőrendszer. Az irányítás tervezésénél abból indulhatunk ki, hogy az irányított rendszer úgy viselkedjen, mint egy előírt referenciarendszer. Tipikusan ilyen rendszernek választható a másodfokú lengőrendszer:

$$H(s)=\frac{1}{T^2s^2+2\xi Ts+1}\overset{\left(\omega_n=\frac{1}{T}\right)}{=}\frac{\omega_n{}^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n{}^2} \tag{5.22}$$

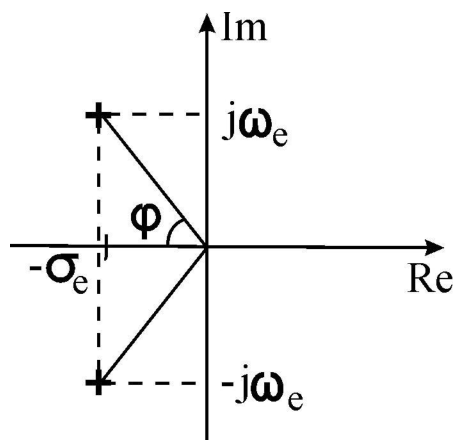
$\xi>0$ jelöli a rendszer csillapítását, $\omega_n>0$ a rendszer saját körfrekvenciáját.

A rendszer pólusainak eloszlása: A karakterisztikus polinom gyökei (pólusai) könnyen meghatározhatóak, mivel a rendszer másodfokú:

$$s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2=0$$
$$\Delta=4\xi^2\omega_n{}^2-4\omega_n^2$$
$$s_{1,2}=-\xi\omega_n\pm j\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n$$

$$s_{1,2}=-\sigma_e\pm j\omega_e \tag{5.23}$$

$\sigma_e=\xi\omega_n$ a pólus valós részének, $\omega_e=\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n$ a pólus komplex részének abszolút értékét jelöli.
A két konjugált komplex pólust komplex térben ábrázolva (5.4 Ábra) látható, hogy a rendszer $\xi\omega_n>0$ feltétel mellett stabil.



$$tg\,\varphi=\frac{\omega_e}{-\sigma_e}=\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{-\xi}$$

5.4 Ábra: Másodfokú lengőrendszer póluseloszlása

$\xi<1$ feltétel mellett a pólusok komplexek, ami lengő viselkedésre utal: ha a rendszer bemenetére egységugrás-szerű, a kimeneten csillapított, lengő választ kapunk (5.5 Ábra).
A másodfokú lengőrendszer egységugrás bemenetre adott válaszát időtartományban az alábbi összefüggés adja:

$$y(t)=1+\frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\,t-a\tan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{-\xi}\right)\right)$$

Látszik, hogy a csillapítást az exponenciális hatványkitevőjében levő $\omega_n\xi$ szorzat adja. Minél nagyobb az értéke, a lengések annál gyorsabban csillapodnak. A lengések körfrekvenciáját $\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$ összefüggéssel számíthatjuk.

A rendszer válaszának legfontosabb jellemzőit *időtartománybeli minőségi jellemzőknek* nevezzük:

1. Túllövés: az egységugrásra adott válasz legnagyobb pozitív irányú eltérése az egységugrástól, százalékban kifejezve. Az alábbi képlet alapján számíthatjuk:

$$\Delta\nu = \exp\left(-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) = \exp\left(-\frac{\pi\sigma_e}{\omega_e}\right) \qquad (5.24)$$

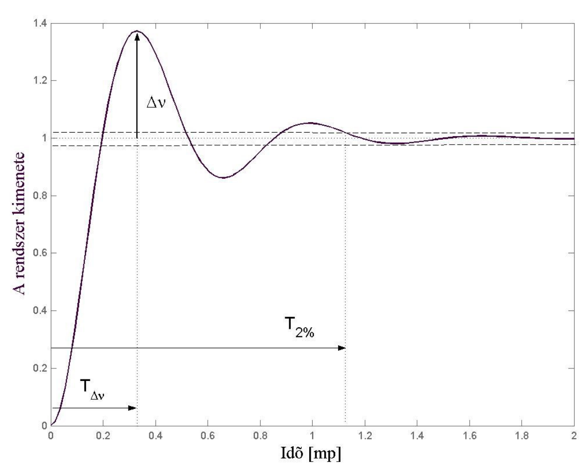
2. Belengési idő: a túllövés bekövetkezésének ideje.

$$T_{\Delta\nu} = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\pi}{\omega_e} \qquad (5.25)$$

3. Szabályozási idő: az az időtartam, amelynek elteltével a rendszer egységugrásra adott válasza csak maximum 2% -kal tér el az egységtől. Az 5.5 Ábrán a 2%-os sávot a vízszintes szaggatott vonalak jelölik.

$$T_{2\%} \cong \frac{4}{\xi\cdot\omega_n} = \frac{4}{\sigma_e} \qquad (5.26)$$

Fontos eset a $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ csillapítás, ugyanis erre az értékre a válasz túllövése $\Delta\nu = \exp(-\pi) = 0.043 \Rightarrow \Delta\nu = 4.3\%$. Tehát a $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ csillapítási érték kis túllövést biztosít.



5.5 Ábra: Másodfokú lengőrendszer tipikus válasza egységugrás bemenetre

5.3.1. Másodfokú lengőrendszer pólusainak meghatározása időtartománybeli minőségi jellemzők alapján

Az irányítás tervezésekor követelményként adottak az időtartománybeli minőségi jellemzők, vagy azoknak korlátai. Így a tervezés fontos lépése a rendszer modelljének meghatározása, amelynek válasza teljesíti az előírt jellemzőket.

Legyenek adottak a következők:

I. maximálisan megengedett túllövés: $\Delta\nu \le \Delta\nu_{MAX}$
II. maximálisan megengedett belengési idő: $T_{\Delta\nu} \le T_{\Delta\nu MAX}$
III. maximális szabályozási idő: $T_{2\%} \le T_{2\% MAX}$
IV. maximálisan megengedett saját körfrekvencia (maximálisan megengedett nagyfrekvenciás lengés): $\omega_n \le \omega_{n\,MAX}$

Az I. feltételből következik, felhasználva az (5.24) összefüggést:

$$\begin{aligned}&\Delta\nu = \exp\left(-\frac{\pi\sigma_e}{\omega_e}\right) \le \Delta\nu_{MAX} \Rightarrow -\frac{\pi\sigma_e}{\omega_e} \le \ln\Delta\nu_{MAX} \Rightarrow \frac{\sigma_e}{\omega_e} \ge -\frac{\ln\Delta\nu_{MAX}}{\pi} \Rightarrow \\ &\frac{\omega_e}{\sigma_e} \le -\frac{\pi}{\ln\Delta\nu_{MAX}} \Rightarrow tg\left(\frac{\omega_e}{\sigma_e}\right) \le tg\left(-\frac{\pi}{\ln\Delta\nu_{MAX}}\right) \quad vagyis \quad tg\left(\frac{\omega_e}{\sigma_e}\right) \le tg\left(\frac{\omega_e}{\sigma_e}\right)_{MAX}\end{aligned} \tag{5.27}$$

Ugyancsak az I. feltételből következik, felhasználva az (5.24) összefüggést

$$\exp\left(-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \le \Delta\nu_{MAX} \Rightarrow \xi \ge \xi_{MIN}\left(=\frac{1}{\sqrt{1+\pi^2/\ln^2\Delta\nu_{MAX}}}\right) \tag{5.28}$$

A II. feltételből következik, felhasználva az (5.25) összefüggést:

$$\frac{\pi}{\omega_e} \le T_{\Delta\nu MAX} \Rightarrow \omega_e \ge \omega_{eMIN} = \frac{\pi}{T_{\Delta\nu MAX}} \tag{5.29}$$

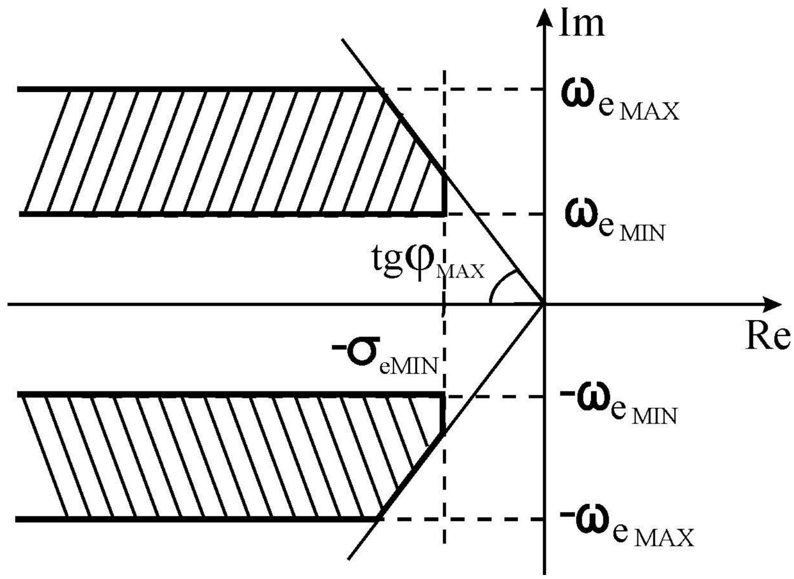
A III. feltételből következik, felhasználva az (5.26) összefüggést:

$$\frac{4}{\sigma_e} \le T_{2\% MAX} \Rightarrow \sigma_e \ge \sigma_{eMIN} = \frac{4}{T_{2\% MAX}} \tag{5.30}$$

Felhasználva a IV. feltételt és az (5.28) összefüggést kapjuk:

$$
\begin{aligned}
\omega_e &= \sqrt{1-\xi^2}\cdot\omega_n \le \sqrt{1-\xi_{MIN}^2}\cdot\omega_{n\,MAX} \\
\omega_e &\le \omega_{eMAX} = \sqrt{1-\xi_{MIN}^2}\cdot\omega_{n\,MAX}
\end{aligned}
\tag{5.31}
$$

Az (5.27), (5.29), (5.30), (5.31) összefüggések alapján a rendszer pólusait egyértelműen behatárolhatjuk a komplex térben. Az 5.6 Ábrán látható sávokon belül bárhonnan választjuk a konjugált komplex pólusokat, teljesíteni fogják az előírt követelményeket. A pólusok alapján pedig könnyen megkaphatjuk a megtervezett lengőrendszerünk csillapítását és sajátfrekvenciáját.



5.6 Ábra: A pólusok helye a dinamikus minőségi jellemzők egyidejű előírása esetén (folytonos eset)