

Jelfeldolgozás - 11. előadás

ANTAL Margit

Sapientia - Erdélyi Magyar Tudományegyetem

2007

IIR szűrők

FIR szűrők tervezése Matlab függvényekkel

Szűrő frekvenciaválasza -freqz függvény

Feladatok

IIR szűrők

FIR szűrők
tervezése Matlab
függvényekkel

Szűrő frekven-
ciaválasza -freqz
függvény

Feladatok

IIR szűrők

FIR szűrők
tervezése Matlab
függvényekkel

Szűrő frekven-
ciaválasza -freqz
függvény

Feladatok

- ▶ Előnyük: GYORS
- ▶ Hátrányuk: Gyengébb teljesítmény

IIR szűrők

FIR szűrők
tervezése Matlab
függvényekkel

Szűrő frekven-
ciaválasza -freqz
függvény

Feladatok

- ▶ Súlyfüggvénnyel lehetetlen megadni (végtelen!)
- ▶ Rekurziós együtthatókkal adjuk meg:
 - ▶ $x[n]$ a bemenőjel
 - ▶ $y[n]$ a kimenőjel
 - ▶ $y[n] + \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n} \quad (1)$$

- ▶ Linearitás $ax_1[n] + bx_2[n] \rightarrow aX_1(z) + bX_2(z)$
- ▶ Időeltolás $x[n - n_0] \rightarrow X(z)z^{-n_0}$
- ▶ Konvolúció $x_1[n] * x_2[n] \rightarrow X_1(z)X_2(z)$

LTI - Rendszerfüggvény

Adott egy LTI rendszer a következő differencia egyenlettel:

$$\sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k] \quad (2)$$

Mindkét oldalt z-transzformáljuk:

$$a_0 y[n] \rightarrow a_0 Y(z)$$

$$a_1 y[n-1] \rightarrow a_1 z^{-1} Y(z)$$

$$a_2 y[n-2] \rightarrow a_2 z^{-2} Y(z)$$

$$Y(z) \sum_{k=0}^N a_k z^{-k} = X(z) \sum_{k=0}^M b_k z^{-k}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

IIR szűrők

FIR szűrők
tervezése Matlab
függvényekkel

Szűrő frekvencia-
válasza -freq
függvény

Feladatok

IIR szűrők

FIR szűrők
tervezése Matlab
függvényekkel

Szűrő frekven-
ciaválasza -freq
függvény

Feladatok

Ha a $H(z)$ konvergenciatartománya tartalmazza az egységsugarú kört $z = e^{j\omega} \Rightarrow H(z)$ kiértékelhető ezen és megkapjuk a rendszer **frekvenciaválaszát** vagy **átviteli függvényét**:

$$H(e^{j\omega}) = \frac{B(e^{j\omega})}{A(e^{j\omega})} \quad (3)$$

Rendszerfüggvény átalakítása differencia egyenletté

$$H(z) = \frac{z + 1}{z^2 - 0.9z + 0.81} \quad (4)$$

Megoldás:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z+1}{z^2-0.9z+0.81} \frac{z^{-2}}{z^{-2}} = \frac{z^{-1}+z^{-2}}{1-0.9z^{-1}+0.81z^{-2}}$$

$$Y(z) - 0.9z^{-1}Y(z) + 0.81z^{-2}Y(z) = z^{-1}X(z) + z^{-2}X(z)$$

$$y(n) - 0.9y(n-1) + 0.81y(n-2) = x(n-1) + x(n-2)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (5)$$

Határozzuk meg a következő differencia egyenlettel megadott rendszerek rendszerfüggvényeit:

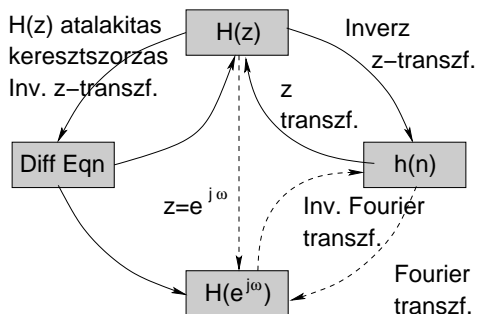
- ▶ 1. feladat

$$y[n] = 0.9y[n - 1] + x[n] \quad (6)$$

- ▶ 2. feladat

$$y[n] = y[n - 1] + y[n - 2] + x[n - 1] \quad (7)$$

[INGLE,PROAKIS]



IIR szűrők

FIR szűrők
tervezése Matlab
függvényekkel

Szűrő frekven-
ciaválasza -freq
függvény

Feladatok

IIR szűrők

FIR szűrők
tervezése Matlab
függvényekkel

Szűrő frekven-
ciaválasza -freqz
függvény

Feladatok

- ▶ $h[n] \rightarrow H(e^{j\omega})$, ha $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| < \infty$ (BIBO-féle stabilitás)
- ▶ $H(z) \rightarrow H(e^{j\omega})$, ha a rendszer stabil

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}} \quad (8)$$

Akkor stabil, ha a pólusai az egységsugarú körön belül vannak.

$$h = \text{fir1}(n, w, \text{type}, \text{window}, \text{noscale})$$

- ▶ Előállít egy n -ed rendű FIR szűrőt adott vágási frekvenciával.
- ▶ n : fokszám $\Rightarrow n+1$ pontos súlyfüggvény
- ▶ w : sávhatárok növekvő sorrendben, $[0, 1]$ intervallumból
 - ▶ $\text{length}(w) = 1$, aluláteresztő vagy feluláteresztő szűrők esetében
 - ▶ $\text{length}(w) = 2$, sáváteresztő és sávszűrő esetében
 - ▶ $\text{length}(w) > 2$, váltakozó sáváteresztő és sávszűrő
- ▶ type : opcionális
 - ▶ 'high'- feluláteresztő, w -vágási frekvencia
 - ▶ 'stop'- sávzáró, vágási határok: $w = [lo, hi]$

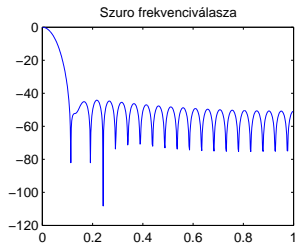
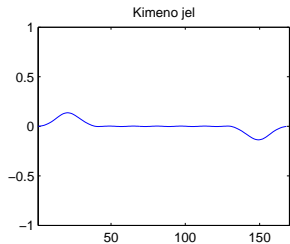
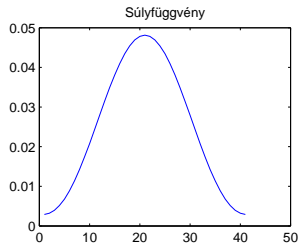
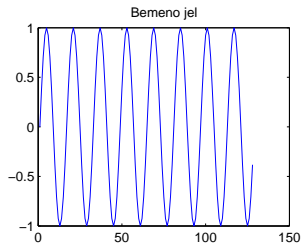
Aluláteresztő szűrő tervezése(1)

IIR szűrők

FIR szűrők
tervezése Matlab
függvényekkel

Szűrő frekvenciaválasza -freq
függvény

Feladatok



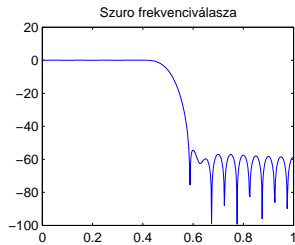
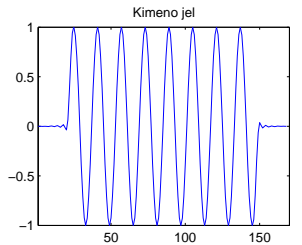
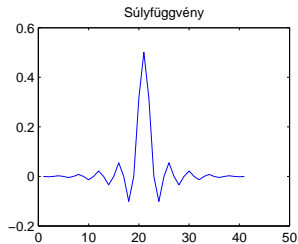
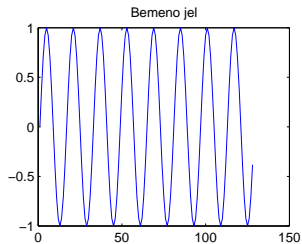
Aluláteresztő szűrő tervezése(2)

IIR szűrők

FIR szűrők
tervezése Matlab
függvényekkel

Szűrő frekvenciaválasza -freq
függvény

Feladatok



Használható FIR, illetve IIR szűrőkre

$$y(n) + \sum_{k=1}^N a_k y(n-k) = \sum_{l=0}^M b_l x(n-l) \quad (9)$$

$$A = [1, a_1, a_2, \dots, a_N]$$

$$B = [b_0, b_1, b_2, \dots, b_M]$$

Ha $A=[1]$, akkor FIR szűrő másképpen IIR szűrő

$[H, W] = \text{freqz}(B, A, N, \text{"whole"})$

- ▶ H- komplex frekvenciaválasz a W-ben megadott frekvenciákra
- ▶ W- frekvenciákat tartalmazó vektor, a frekvenciák $[0, 2\pi]$ között. Ha a negyedik argumentum hiányzik, akkor a frekvenciaválasz $[0, \pi]$ között
- ▶ Ha A hiányzik \Rightarrow FIR szűrő
- ▶ N- a W és H hossza (N=512, implicit érték)

A freqz függvény más alakjai

- ▶ $H = \text{freqz}(B, A, W)$, W által meghatározott frekvenciákra adja meg a frekvenciaválaszt (W -radiánban)
- ▶ $[\dots] = \text{freqz}(B, A, W, Fs)$ - Hertzben adja meg a frekvenciákat
- ▶ $\text{freqz}(\dots)$ -nem térít vissza semmit, hanem ábrázol

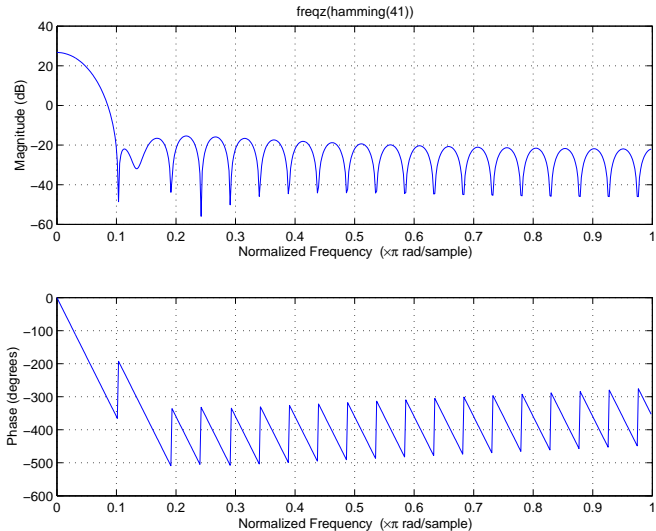
1. Példa

IIR szűrők

FIR szűrők
tervezése Matlab
függvényekkel

Szűrő frekven-
ciaválasza -freqz
függvény

Feladatok



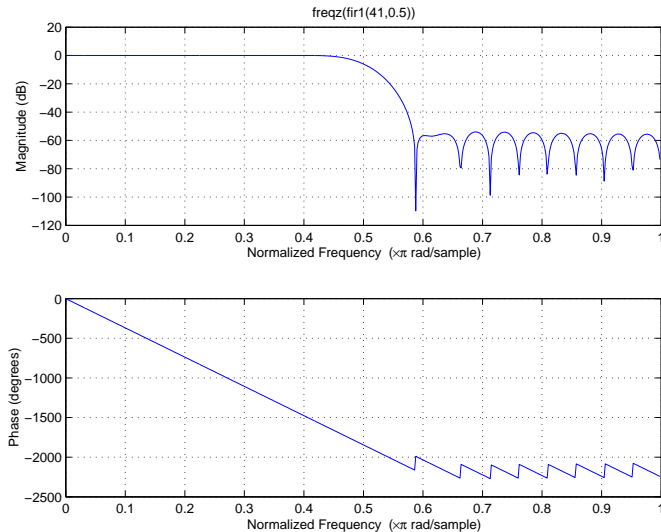
2. Példa

IIR szűrők

FIR szűrők
tervezése Matlab
függvényekkel

Szűrő frekven-
ciaválasza -freqz
függvény

Feladatok



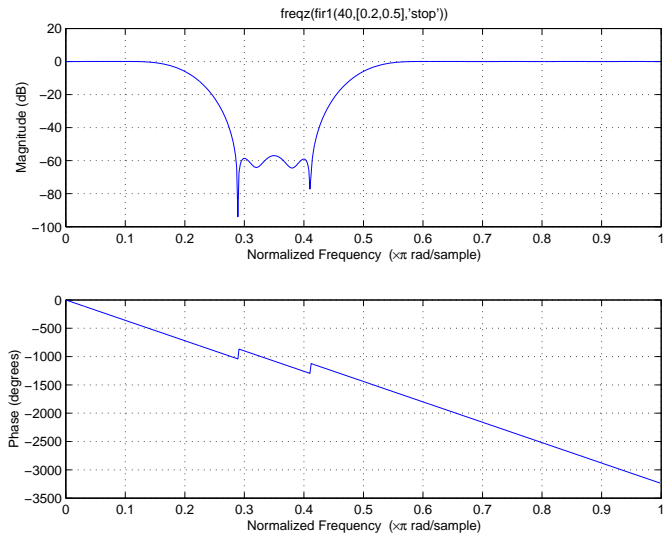
3. Példa

IIR szűrők

FIR szűrők
tervezése Matlab
függvényekkel

Szűrő frekven-
ciaválasza -freqz
függvény

Feladatok



Differencia egyenlettel megadott rendszer frekvenciaválasza

IIR szűrők

FIR szűrők
tervezése Matlab
függvényekkel

Szűrő frekven-
ciaválasza -freqz
függvény

Feladatok

$$y[n] = 0.9y[n - 1] + x[n] \quad (10)$$

```
b=[1, 0];
```

```
a=[1, -0.9];
```

```
zplane(b,a);title("Polusok es zerusok");
```

```
freqz(b,a)
```

- ▶ Adott $X_1(z) = 2 + 3z^{-1} + 4z^{-2}$ és $X_2(z) = 3 + 4z^{-1} + 5z^{-2} + 6z^{-3}$. Határozzuk meg $X_3(z) = X_1(z)X_2(z)$
- ▶ Határozzuk meg a rendszerfüggvénnyel megadott rendszernek megfelelő differencia egyenletet:

$$H(z) = \frac{z + 1}{z - 0.5} \quad (11)$$

- ▶ Határozzuk meg a rendszerfüggvénnyel megadott rendszernek megfelelő differencia egyenletet:

$$H(z) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2}}{1 + 0.5z^{-1} - 0.25z^{-2}} \quad (12)$$