A FIRST és FOLLOW relációk meghatározása mátrixokkal
(Csörnyei Zoltán: Fordítóprogramok, Typotex Kiadó Bp., 2006)

A módszer lényege az, hogy a grammatika szimbólumai között relációkat határozunk meg, ezeket a relációkat táblázatokba (mátrixokba) helyezzük, és mátrixműveletek alkalmazásával jutunk el a $FIRST_1(\beta)$ és $FOLLOW_1(A)$ halmazokhoz.

Jelöljük azoknak a nemterminális szimbólumoknak a halmazát, amelyekből az ε levezethető, N_ε-nal, azaz legyen

$N_\varepsilon = \{A \mid A \stackrel{*}{\Longrightarrow} \varepsilon\}$.

Vezessük be az F relációt. Ha $A \to X_1X_2\ldots X_n \in P$, akkor legyen

- $A\mathsf{F}X_1$,
- ha $X_1 \in N_\varepsilon$, akkor legyen $A\mathsf{F}X_2$,
- ha $X_1, X_2 \in N_\varepsilon$, akkor legyen $A\mathsf{F}X_3$,
- ...
- ha $X_1, X_2, \ldots, X_{n-1} \in N_\varepsilon$, akkor legyen $A\mathsf{F}X_n$.

A $FIRST_1(A)$ halmaz az F^+-ból határozható meg

$FIRST_1(A) = \{a \mid A\mathsf{F}^+a\} \cup \{\varepsilon \mid A \in N_\varepsilon\}$

Ha már ismerjük minden nemterminális szimbólum $FIRST_1$ halmazát, akkor tetszőleges $\alpha = X_1X_2\ldots X_n$ esetén a $FIRST_1(\alpha)$ meghatározására a következő algoritmust adhatjuk meg:

1. $FIRST_1(\alpha) = FIRST_1(X_1) \setminus \{\varepsilon\}$,
2. ha $\varepsilon \in FIRST_1(X_1)$, akkor legyen $FIRST_1(\alpha) = FIRST_1(\alpha) \cup (FIRST_1(X_2) \setminus \{\varepsilon\})$,
3. ha $\varepsilon \in FIRST_1(X_1) \cap FIRST_1(X_2)$, akkor legyen $FIRST_1(\alpha) = FIRST_1(\alpha) \cup (FIRST_1(X_3) \setminus \{\varepsilon\})$,
4. ...
5. végül, ha $\varepsilon \in FIRST_1(X_i)$ minden i-re $(1 \le i \le n)$, akkor legyen $FIRST_1(\alpha) = FIRST_1(\alpha) \cup \{\varepsilon\}$.

Most határozzuk meg a $FOLLOW_1(A)$ halmazokat. Mivel ezeknek a halmazoknak a # jel is az eleme lehet, vezessünk be egy új S' kezdőszimbólumot és egy új $S' \to S\#$ helyettesítési szabályt. Ezzel a kis módosítással elértük azt, hogy a # jel is a nyelv egy szimbóluma lett, és most nem kell a $FOLLOW_k(A)$ halmaz 5.4.18. definíciójában levő ε-tól függő módosításokkal foglalkoznunk.

A $FOLLOW_1(A)$ meghatározásához további két reláció is szükséges, ezek a relációk legyenek B és L.

Ha $A \to X_1X_2\ldots X_n \in P$ $(n \geq 2)$, akkor legyen

- $X_i\mathsf{B}X_{i+1}$ $(1 \leq i \leq n-1)$,
- ha $X_{i+1} \in N_\varepsilon$, akkor legyen $X_i\mathsf{B}X_{i+2}$ $(1 \leq i \leq n-2)$,
- ha $X_{i+1}, X_{i+2} \in N_\varepsilon$, akkor legyen $X_i\mathsf{B}X_{i+3}$ $(1 \leq i \leq n-3)$,
- ...
- ha $X_{i+1}, X_{i+2}, \ldots, X_k \in N_\varepsilon$, akkor legyen $X_i\mathsf{B}X_{k+1}$ $(1 \leq i < k < n)$,

és ugyanerre a szabályra az L reláció:

- $X_n\mathsf{L}A$,
- ha $X_n \in N_\varepsilon$, akkor legyen $X_{n-1}\mathsf{L}A$,
- ha $X_{n-1}, X_n \in N_\varepsilon$, akkor legyen $X_{n-2}\mathsf{L}A$,
- ...
- ha $X_2, \ldots, X_{n-1}, X_n \in N_\varepsilon$, akkor legyen $X_1\mathsf{L}A$,

A $FOLLOW_1(A)$ halmaz terminális szimbólumait az $A\mathsf{L}^*X$, $X\mathsf{B}Y$ és az $Y\mathsf{F}^*a$ relációkból lehet meghatározni

$$FOLLOW_1(A) = \{a \mid A(\mathsf{L}^*\mathsf{B}\mathsf{F}^*)a\}.$$

Példa. **Legyen a következő nyelvtan:** $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$, **ahol a** P **szabályok:**

$$S \to aAb \mid \varepsilon$$
$$A \to aAb \mid \varepsilon$$

Vezessük be az F relációt. Ha $A \to X_1X_2 \ldots X_n \in P$, akkor legyen

- AFX_1,
- ha $X_1 \in N_\varepsilon$, akkor legyen AFX_2,
- ha $X_1, X_2 \in N_\varepsilon$, akkor legyen AFX_3,
- $\ldots$
- ha $X_1, X_2, \ldots, X_{n-1} \in N_\varepsilon$, akkor legyen AFX_n.

A $FIRST_1(A)$ halmaz az F$^+$-ból határozható meg

$FIRST_1(A) = \{a \mid AF^+a\} \cup \{\varepsilon \mid A \in N_\varepsilon\}$

Ha már ismerjük minden nemterminális szimbólum $FIRST_1$ halmazát, akkor tetszőleges $\alpha = X_1X_2 \ldots X_n$ esetén a $FIRST_1(\alpha)$ meghatározására a következő algoritmust adhatjuk meg:

1. $FIRST_1(\alpha) = FIRST_1(X_1) \setminus \{\varepsilon\}$,
2. ha $\varepsilon \in FIRST_1(X_1)$, akkor legyen $FIRST_1(\alpha) = FIRST_1(\alpha) \cup (FIRST_1(X_2) \setminus \{\varepsilon\})$,
3. ha $\varepsilon \in FIRST_1(X_1) \cap FIRST_1(X_2)$, akkor legyen $FIRST_1(\alpha) = FIRST_1(\alpha) \cup (FIRST_1(X_3) \setminus \{\varepsilon\})$,
4. $\ldots$
5. végül, ha $\varepsilon \in FIRST_1(X_i)$ minden i-re $(1 \le i \le n)$, akkor legyen $FIRST_1(\alpha) = FIRST_1(\alpha) \cup \{\varepsilon\}$.

Egészítsük ki a nyelvtant:

(0) $S' \to S\#$
(1) $S \to aAb$
(2) $S \to \varepsilon$
(3) $A \to aAb$
(4) $A \to \varepsilon$

Látható: $N_\varepsilon = \{S, A\}$

F **reláció:**

$S' \to S\#$, **innen következik** S'FS **és mivel** $S \in N_\varepsilon$ **innen köv.** $S'F\#$

$S \to aAb$, **ahonnan** SFa

$A \to aAb$, **ahonnan** AFa

F	S'	S	A	a	b	$\#$
S'	0	1	0	0	0	1
S	0	0	0	1	0	0
A	0	0	0	1	0	0
a	0	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0
$\#$	0	0	0	0	0	0

F	S'	S	A	a	b	$\#$
S'	0	1	0	0	0	1
S	0	0	0	1	0	0
A	0	0	0	1	0	0
a	0	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0
$\#$	0	0	0	0	0	0

F$^+$	S'	S	A	a	b	$\#$
S'	0	1	0	1	0	1
S	0	0	0	1	0	0
A	0	0	0	1	0	0
a	0	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0
$\#$	0	0	0	0	0	0

F*	S'	S	A	a	b	$\#$
S'	1	1	0	1	0	1
S	0	1	0	1	0	0
A	0	0	1	1	0	0
a	0	0	0	1	0	0
b	0	0	0	0	1	0
$\#$	0	0	0	0	0	1

Az F$^+$ **mátrixból és a** N_ε=**{S,A} halmazból:**
$FIRST_1(S) = \{a, \varepsilon\}$, $FIRST_1(A) = \{a, \varepsilon\}$.

Warshall-algoritmus reláció tranzitív lezártjának a kiszámítására

```
WARSHALL(A)
R := A
for k = 1 to n
    do for i = 1 to n
           do for j = 1 to n
                  do if r_ik = 1 és r_kj = 1
                         then r_ij := 1
return R
```

B **reláció:**

$S' \to S\#$, **innen következik** SB$\#$

$S \to aAb$, **ahonnan**
aBA
aBb **(mert** $A \in N_\varepsilon$**)**
ABb

$A \to aAb$

B	S'	S	A	a	b	$\#$
S'	0	0	0	0	0	0
S	0	0	0	0	0	1
A	0	0	0	0	1	0
a	0	0	1	0	1	0
b	0	0	0	0	0	0
$\#$	0	0	0	0	0	0

L **reláció:**

$S' \to S\#$, **innen következik** $\#$LS'

$S \to aAb$, **ahonnan** bLS

$A \to aAb$, **ahonnan** bLA

L	S'	S	A	a	b	$\#$
S'	0	0	0	0	0	0
S	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	0	0	0
a	0	0	0	0	0	0
b	0	1	1	0	0	0
$\#$	1	0	0	0	0	0

L	S'	S	A	a	b	$\#$
S'	0	0	0	0	0	0
S	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	0	0	0
a	0	0	0	0	0	0
b	0	1	1	0	0	0
$\#$	1	0	0	0	0	0

L$^+$	S'	S	A	a	b	$\#$
S'	0	0	0	0	0	0
S	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	0	0	0
a	0	0	0	0	0	0
b	0	1	1	0	0	0
$\#$	1	0	0	0	0	0

L*	S'	S	A	a	b	$\#$
S'	1	0	0	0	0	0
S	0	1	0	0	0	0
A	0	0	1	0	0	0
a	0	0	0	1	0	0
b	0	1	1	0	1	0
$\#$	1	0	0	0	0	1

L*BF* =

	S'	S	A	a	b	$\#$
S'	0	0	0	0	0	0
S	0	0	0	0	0	1
A	0	0	0	0	1	0
a	0	0	0	0	1	0
b	0	0	0	0	1	1
$\#$	0	0	0	0	0	1

$$FOLLOW_1(S) = \{\#\}$$
$$FOLLOW_1(A) = \{b\}$$

LL(1)-elemző táblázat készítése

(1) $S \to aAb$
(2) $S \to \varepsilon$
(3) $A \to aAb$
(4) $A \to \varepsilon$

$$T[X,a] = \begin{cases} (\beta, i), & \text{ha } X \to \beta \text{ az } i\text{-edik szabály,} \\ & a \in \textbf{\textit{First}}(\beta\textbf{\textit{Follow}}(X)) \\ pop, & \text{ha } X = a \\ elfogad, & \text{ha } X = \# \text{ és } a = \# \\ hiba & \text{egyébként} \end{cases}$$

$FIRST_1(S) = \{a, \varepsilon\}$
$FIRST_1(A) = \{a, \varepsilon\}$.

$FOLLOW_1(S) = \{\#\}$
$FOLLOW_1(A) = \{b\}$

	S	A	a	b	$\#$
S			$(aAb, 1)$		$(\varepsilon, 2)$
A			$(aAb, 3)$	$(\varepsilon, 4)$	
a			pop		
b				pop	
$\#$					$elfogad$

$aabb$ **elemzése**

$$\begin{array}{llll}
(aabb\#, S\#, \varepsilon) \xrightarrow{(aAb,1)} & (aabb\#, & aAb\#, & 1) \\
\xrightarrow{pop} & (abb\#, & Ab\#, & 1) \\
\xrightarrow{(aAb,3)} & (abb\#, & aAbb\#, & 13) \\
\xrightarrow{pop} & (bb\#, & Abb\#, & 13) \\
\xrightarrow{(\varepsilon,4)} & (bb\#, & bb\#, & 134) \\
\xrightarrow{pop} & (b\#, & b\#, & 134) \\
\xrightarrow{pop} & (\#, & \#, & 134) \\
\xrightarrow{elfogad} & OK & &
\end{array}$$

Levetés: $S \Rightarrow aAb \Rightarrow aaAbb \Rightarrow aabb$

aba **elemzése**

$$\begin{array}{llll}
(aba\#, S\#, \varepsilon) \xrightarrow{(aAb,1)} & (aba\#, & aAb\#, & 1) \\
\xrightarrow{pop} & (ba\#, & Ab\#, & 1) \\
\xrightarrow{(\varepsilon,4)} & (ba\#, & b\#, & 14) \\
\xrightarrow{pop} & (a\#, & \#, & 14) \\
\rightarrow & HIBA & &
\end{array}$$

ε **elemzése**

$$\begin{array}{llll}
(\#, S\#, \varepsilon) \xrightarrow{(\varepsilon,2)} & (\#, & \#, & 2) \\
\xrightarrow{elfogad} & OK & &
\end{array}$$

Példa.

Legyen a G grammatika a következő:

$G = (\{S, E, E', T, T', F\}, \{+, *, (,), i, \#\}, P, S)$,

ahol a helyettesítési szabályok a következők:

$$
\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & E\# \\
E & \rightarrow & TE' \\
E' & \rightarrow & +TE' \mid \varepsilon \\
T & \rightarrow & FT' \\
T' & \rightarrow & *FT' \mid \varepsilon \\
F & \rightarrow & (E) \mid i
\end{array}
$$

Az $S \rightarrow E\#$ szabályt csak a $FIRST_1(\alpha)$ és a $FOLLOW_1(A)$ halmazok meghatározásához használjuk. Határozzuk meg ezeket a halmazokat, majd adjuk meg a grammatika elemző táblázatát.

Az $N_\varepsilon = \{E', T'\}$, és a relációk a következők:

- $S\mathsf{F}E$, $E\mathsf{F}T$, $E'\mathsf{F}+$, $T\mathsf{F}F$, $T'\mathsf{F}*$, $F\mathsf{F}($, $F\mathsf{F}i$,

- TBE', +BT, FBT', $*$BF, (BE, EB), EB#,
- E'LE, TLE, E'LE', TLE', T'LT, FLT, T'LT', FLT',)LF, #LS.

Ábrázoljuk mátrix segítségével a relációkat, jelöljük 1-sel a relációt, azaz ha $X \rho Y$, akkor a mátrix X sora és Y oszlopa által kijelölt elem legyen 1, egyébként a mátrix eleme legyen nulla. A mátrixokat az áttekinthetőség kedvéért táblázatokkal jelöljük, és a nullák helyett pontokat írunk.

Így az F relációk mátrixa a következő:

F	S	E	E'	T	T'	F	+	*	(	)	i	#
S	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
E	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
E'	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.
T	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
T'	.	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.
F	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1	.
+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
*	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
(	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
)	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
i	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
#	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

A relációkat tartalmazó A és B mátrix AB szorzatát a *Warshall-algoritmussal* számítjuk ki, emlékeztetőül az $n \times n$-es A és B mátrix $AB = C$ szorzatának meghatározása a következő:

```
procedure Warshall;
begin for j := 1 to n do
      for i := 1 to n do
          C[i,j] := 0;
      for j := 1 to n do
      for i := 1 to n do
          if A[i,j] = 1
             then for k := 1 to n  do
                    if B[j,k] = 1 then C[i,k] := 1
end;
```

Az A^+ mátrixot, az A tranzitív lezárását az AA legfeljebb $n-1$ iterációjával kaphatjuk meg. Így az F^+ mátrix:

F^+	S	E	E	T	T'	F	$+$	$*$	(	)	i	#
S	.	1	.	1	.	1	.	.	1	.	1	.
E	.	.	.	1	.	1	.	.	1	.	1	.
E'	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.
T	.	.	.	.	.	1	.	.	1	.	1	.
T'	.	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.
F	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1	.
$+$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
$*$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
(	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
)	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
i	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
#	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

tehát a $FIRST_1$ halmazok az N_ε figyelembevételével:

$$\begin{aligned}
FIRST_1(E) &= \{(,i\} \\
FIRST_1(E') &= \{+,\varepsilon\} \\
FIRST_1(T) &= \{(,i\} \\
FIRST_1(T') &= \{*,\varepsilon\} \\
FIRST_1(F) &= \{(,i\}
\end{aligned}$$

ezekből pedig a helyettesítési szabályok jobb oldalaira:

$$\begin{aligned}
FIRST_1(TE') &= \{(,i\} \\
FIRST_1(+TE') &= \{+\} \\
FIRST_1(FT') &= \{(,i\} \\
FIRST_1(*TE') &= \{*\} \\
FIRST_1(\,(E)\,) &= \{(\}
\end{aligned}$$

A B és L relációk mátrixa a következő:

B	S	E	E'	T	T'	F	$+$	$*$	(	)	i	#
S	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
E	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
E'	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
T	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
T'	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
F	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.
$+$	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.
$*$	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
(	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
)	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
i	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
#	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

L	S	E	E'	T	T'	F	$+$	$*$	(	)	i	#
S	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
E	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
E'	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
T	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
T'	.	.	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.
F	.	.	.	1	1	.	.	.	.	.	.	.
$+$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
$*$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
(	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
)	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.
i	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
#	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Az L^+ mátrix a Warshall-algoritmussal meghatározható. Az F^* és L^* mátrixokat, azaz az F és az L tranzitív és reflexív lezárását egyszerűen úgy kapjuk meg, hogy az F^+ és az L^+ mátrixok átlójában a nullák helyére 1-t írunk.

Az L*BF* mátrix a következő:

L* B F*	S	E	E'	T	T'	F	$+$	$*$	(	)	i	#
S	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
E	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
E'	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	1
T	.	.	1	.	.	.	1	.	.	1	.	1
T'	.	.	1	.	.	.	1	.	.	1	.	1
F	.	.	1	.	1	.	1	1	.	1	.	1
$+$	.	.	.	1	.	1	.	.	1	.	1	.
$*$	.	.	.	.	.	1	.	.	1	.	1	.
(	.	1	.	1	.	1	.	.	1	.	1	.
)	.	.	1	.	1	.	1	1	.	1	.	1
i	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
#	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Ebből a $FOLLOW_1(A)$ halmazok meghatározhatók, az elemző táblázat kitöltéséhez a következő halmazok kellenek:

$$FOLLOW_1(E') = \{),\#\},$$
$$FOLLOW_1(T') = \{+,),\#\}.$$

	$+$	$*$	(	)	i	$\#$
E			$(TE',1)$		$(TE',1)$	
E'	$(+TE',2)$			$(\varepsilon,3)$		$(\varepsilon,3)$
T			$(FT',4)$		$(FT',4)$	
T'	$(\varepsilon,6)$	$(*FT',5)$		$(\varepsilon,6)$		$(\varepsilon,6)$
F			$((E),7)$		$(i,8)$	
$+$	pop					
$*$		pop				
(			pop			
)				pop		
i					pop	
$\#$						elfogad

Példa *LL(1)* elemzésre

(0) $S' \to S\#$
(1) $S \to Bb$
(2) $S \to Cd$
(3) $B \to aB$
(4) $B \to \varepsilon$
(5) $C \to cC$
(6) $C \to \varepsilon$

$N_\varepsilon = \{A \mid A \overset{*}{\Longrightarrow} \varepsilon\}$.

Vezessük be az F relációt. Ha $A \to X_1 X_2 \ldots X_n \in P$, akkor legyen

- $A\mathsf{F}X_1$,
- ha $X_1 \in N_\varepsilon$, akkor legyen $A\mathsf{F}X_2$,
- ha $X_1, X_2 \in N_\varepsilon$, akkor legyen $A\mathsf{F}X_3$,
- $\ldots$
- ha $X_1, X_2, \ldots, X_{n-1} \in N_\varepsilon$, akkor legyen $A\mathsf{F}X_n$.

$FIRST_1(A) = \{a \mid A\mathsf{F}^+a\} \cup \{\varepsilon \mid A \in N_\varepsilon\}$

F	S'	S	B	C	a	b	c	d	$\#$
S'	0	1	0	0	0	0	0	0	0
S	0	0	1	1	0	1	0	1	0
B	0	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1	0	0
a	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\#$	0	0	0	0	0	0	0	0	0

F^+	S'	S	B	C	a	b	c	d	$\#$
S'	0	1	1	1	1	1	1	1	0
S	0	0	1	1	1	1	1	1	0
B	0	0	0	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	1	0	0
a	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\#$	0	0	0	0	0	0	0	0	0

F^*	S'	S	B	C	a	b	c	d	$\#$
S'	1	1	1	1	1	1	1	1	0
S	0	1	1	1	1	1	1	1	0
B	0	0	1	0	1	0	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0	1	0	0
a	0	0	0	0	1	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	1	0	0	0
c	0	0	0	0	0	0	1	0	0
d	0	0	0	0	0	0	0	1	0
$\#$	0	0	0	0	0	0	0	0	1

$$N_\varepsilon = \{B, C\}$$

$$FIRST(S) = \{a, b, c, d\}$$
$$FIRST(B) = \{a, \varepsilon\}$$
$$FIRST(C) = \{c, \varepsilon\}$$

Ha $A \to X_1X_2 \dots X_n \in P$ $(n \geq 2)$, akkor legyen

- $X_i \mathsf{B} X_{i+1}$ $(1 \leq i \leq n-1)$,
- ha $X_{i+1} \in N_\varepsilon$, akkor legyen $X_i \mathsf{B} X_{i+2}$ $(1 \leq i \leq n-2)$,
- ha $X_{i+1}, X_{i+2} \in N_\varepsilon$, akkor legyen $X_i \mathsf{B} X_{i+3}$ $(1 \leq i \leq n-3)$,
- ...
- ha $X_{i+1}, X_{i+2}, \dots, X_k \in N_\varepsilon$, akkor legyen $X_i \mathsf{B} X_{k+1}$ $(1 \leq i < k < n)$,

- $X_n \mathsf{L} A$,
- ha $X_n \in N_\varepsilon$, akkor legyen $X_{n-1} \mathsf{L} A$,
- ha $X_{n-1}, X_n \in N_\varepsilon$, akkor legyen $X_{n-2} \mathsf{L} A$,
- ...
- ha $X_2, \dots, X_{n-1}, X_n \in N_\varepsilon$, akkor legyen $X_1 \mathsf{L} A$,

A $FOLLOW_1(A)$ halmaz terminális szimbólumait az $A\mathsf{L}^*X$, $X\mathsf{B}Y$ és az $Y\mathsf{F}^*a$ relációkból lehet meghatározni

$FOLLOW_1(A) = \{a \mid A(\mathsf{L}^*\mathsf{B}\mathsf{F}^*)a\}$.

B	S'	S	B	C	a	b	c	d	$\#$
S'	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S	0	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1	0
a	0	0	1	0	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c	0	0	0	1	0	0	0	0	0
d	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\#$	0	0	0	0	0	0	0	0	0

L	S'	S	B	C	a	b	c	d	$\#$
S'	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0	0	0	0
a	0	0	1	0	0	0	0	0	0
b	0	1	0	0	0	0	0	0	0
c	0	0	0	1	0	0	0	0	0
d	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$\#$	1	0	0	0	0	0	0	0	0

L^+	S'	S	B	C	a	b	c	d	$\#$
S'	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0	0	0	0
a	0	0	1	0	0	0	0	0	0
b	0	1	0	0	0	0	0	0	0
c	0	0	0	1	0	0	0	0	0
d	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$\#$	1	0	0	0	0	0	0	0	0

L^*	S'	S	B	C	a	b	c	d	$\#$
S'	1	0	0	0	0	0	0	0	0
S	0	1	0	0	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	1	0	0	0	0	0
a	0	0	1	0	1	0	0	0	0
b	0	1	0	0	0	1	0	0	0
c	0	0	0	1	0	0	1	0	0
d	0	1	0	0	0	0	0	1	0
$\#$	1	0	0	0	0	0	0	0	1

L^*BF^*	S'	S	B	C	a	b	c	d	$\#$
S'	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S	0	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	1	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	1	0
a	0	0	1	0	1	1	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0	0	0	1
c	0	0	0	1	0	0	1	1	0
d	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$\#$	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$FOLLOW(S) = \{\#\}$$
$$FOLLOW(B) = \{b\}$$
$$FOLLOW(C) = \{d\}$$

(1) $S \to Bb$
(2) $S \to Cd$
(3) $B \to aB$
(4) $B \to \varepsilon$
(5) $C \to cC$
(6) $C \to \varepsilon$

$FIRST(S) = \{a, b, c, d\}$
$FIRST(B) = \{a, \varepsilon\}$
$FIRST(C) = \{d, \varepsilon\}$

$FOLLOW(S) = \{\#\}$
$FOLLOW(B) = \{b\}$
$FOLLOW(C) = \{d\}$

	a	b	c	d	$\#$
S	$(Bb, 1)$	$(Bb, 1)$	$(Cd, 2)$	$(Cd, 2)$	
B	$(aB, 3)$	$(\varepsilon, 4)$			
C			$(cC, 5)$	$(\varepsilon, 6)$	
a	pop				
b		pop			
c			pop		
d				pop	
$\#$					$elfogad$

	a	b	c	d	$\#$
S	$(Bb, 1)$	$(Bb, 1)$	$(Cd, 2)$	$(Cd, 2)$	
B	$(aB, 3)$	$(\varepsilon, 4)$			
C			$(cC, 5)$	$(\varepsilon, 6)$	
a	*pop*				
b		*pop*			
c			*pop*		
d				*pop*	
$\#$					*elfogad*

aab **elemzése**

$$
\begin{array}{llll}
(aab\#, S\#, \varepsilon) \xrightarrow{(Bb,1)} & (aab\#, & Bb\#, & 1) \\
\xrightarrow{(aB,3)} & (aab\#, & aBb\#, & 13) \\
\xrightarrow{pop} & (ab\#, & Bb\#, & 13) \\
\xrightarrow{(aB,3)} & (ab\#, & aBb\#, & 133) \\
\xrightarrow{pop} & (b\#, & Bb\#, & 133) \\
\xrightarrow{(\varepsilon,4)} & (b\#, & b\#, & 1334) \\
\xrightarrow{pop} & (\#, & \#, & 1334) \\
\xrightarrow{elfogad} & OK & &
\end{array}
$$

Levezetés: $S \Rightarrow Bb \Rightarrow aBb \Rightarrow aaBb \Rightarrow aab$

bab **elemzése**

$$
\begin{array}{llll}
(bab\#, S\#, \varepsilon) \xrightarrow{(Bb,1)} & (bab\#, & Bb\#, & 1) \\
\xrightarrow{(\varepsilon,4)} & (bab\#, & b\#, & 14) \\
\xrightarrow{pop} & (ab\#, & \#, & 14) \\
\rightarrow & HIBA & &
\end{array}
$$