

## Feltörések, ECN-felkészítő, 2013

**Input:** M.IN

**Output:** Standard output

Nagyon egyszerű, de nem teljesen biztonságos titkosítás az, amikor egy nyílt-szöveg bytejait úgy titkosítjuk, hogy a nyílt-szöveg byte-jait egy véletlenszerűen generált byte-szekvencia byte-jaival mod 2 szerint összeadjuk, ahol a véletlenszerű  $b_0, b_1, \dots, b_l$  byteok előállítását a következőképpen végezzük:

- veszünk két prímszámot:  $p$ -t és  $q$ -t, ahol  $p = q = 3 \pmod{4}$ , és egy tetszőleges  $r \in \{2, \dots, n - 1\}$  értéket, ahol  $n = p \cdot q$ ,
- meghatározzuk:  $r_0 = r^2 \pmod{n}$ ,
- a byte-szekvencia:  $b_i = r_i \pmod{256}$ ,  $r_{i+1} = r_i^2 \pmod{n}$ ,  $i \in \{0, 1, \dots, l\}$ .

A visszafejtésnél a  $p, q$  és  $r_{l+1}$  értékek állnak a rendelkezésünkre, melyek alapján meghatározható az  $r_0$  érték. Ez után hasonlóképpen járunk el: újra generáljuk a byte-szekvenciát melyet mod 2 szerint hozzáadunk a rejtjelezett szöveghez.

Írjunk programot, mely adott titkosított byte-szekvenciára meghatározza a nyílt-szöveget.

Az M.IN állomány több tesztesetet tartalmaz. Első sora a tesztesetek számát jelzi. Minden tesztesetnél meg vannak adva, a titkosításhoz használt  $n$  és  $r_{l+1}$  értékek, majd a nyílt-szöveg titkosított bytejai. Egy üres sor után a következő teszteset adatai következnek.

A program az M.IN állományban található összes tesztesetre meg kell határozza a nyílt-szöveget. Minden visszafejtett nyílt-szöveg után tegyünk egy üres sort.

**Példa:**

```
M.IN
3
3083
3571
5610455
11
6 98 32 -117 -81 -60 124 41 -109 89 -31
4007
2503
3195750
24
-78 104 -32 -112 -5 -104 107 -56 -5 -117 -107 -55 46 -90 -107 -8 -70 -11 84
-36 24 77 -68 121
3163
2347
7209516
66
42 -44 79 117 30 -16 66 -84 36 -74 91 -76 47 24 7 -106 -87 72 -96 -112 11 37
85 -70 76 36 -107 -110 -71 -100 -87 127 94 23 62 -75 51 -120 62 -64 -117 87
-38 -81 -57 -72 3 79 84 -73 17 -81 68 -16 57 34 -4 99 -3 24 59 -114 91 -65
-106 56
```

```
Standard output
Hello világ
Hargita Programozó Tábor
Sapientia EMTE, Marosvásárhely, Muszaki és Humántudományok Tanszék
```

## Algoritmusok

- Moduláris hatványozás
- Kiterjesztett Euklideszi algoritmus
- Multiplikatív inverz
- Kínai maradék-tétel

### A kiterjesztett Euklideszi algoritmus

```
XGCD(d, x, y, a, b)
  x0 = 1, x1 = 0;
  y0 = 0, y1 = 1;
  while ( b != 0 )
    r = a % b;
    q = a / b;
    a = b;
    b = r;
    xx = x1; yy = y1;
    x1 = x0 - q * x1;
    y1 = y0 - q * y1;
    x0 = xx; y0 = yy;
  d = a; x = x0; y = y0;
```

az "a" inverze "mod b" szerint "x" lesz, es ellenorizni hogy ha  $x \neq 0$ , akkor  $x \cdot a \equiv b \pmod{b}$  a "b" inverze "mod a" szerint "y" lesz, es ellenorizni, hogy ha  $y \neq 0$ , akkor  $y \cdot a \equiv b \pmod{a}$ )

#### Az $r_0$ meghatározása

A  $p, q$  és  $r_{l+1}$  alapján, a Kínai maradék-tétellel megoldjuk a következő kongruencia rendszert:

$$\begin{aligned} r_0 &= r_{l+1}^{a_1} \pmod{p}, \\ r_0 &= r_{l+1}^{a_2} \pmod{q}, \end{aligned}$$

ahol

$$\begin{aligned} a_1 &= ((p+1)/4)^{l+1} \pmod{p-1}, \\ a_2 &= ((q+1)/4)^{l+1} \pmod{q-1}. \end{aligned}$$