

# ECN versenyfelkészítő

MÁRTON Gyöngyvér

Sapientia Egyetem, Matematika és Informatika Tanszék,  
Marosvásárhely, Románia  
mgyongyi@ms.sapientia.ro  
<http://www.ms.sapientia.ro/~mgyongyi>

2012

# 1. feladat: Farey sorozat

- $n$ -ed rendű Farey sorozatnak nevezzük a  $h/k$  típusú törtek halmazának, növekvő sorrendben felírt elemeit, ahol  $0 \leq h \leq k \leq n$ ,  $\text{Inko}(h, k) = 1$  és  $h, k, n$  egész számok. A sorozat első eleme mindig  $0 = 0/1$ , utolsó eleme, pedig  $1 = 1/1$ . Írjunk programot, mely, meghatározza adott  $n$ -re, az  $n$ -ed rendű Farey sorozatot.
- Példa:  $n = 5$  :  
 $0/1, 1/5, 1/4, 1/3, 2/5, 1/2, 3/5, 2/3, 3/4, 4/5, 1/1$
- Útmutatás:
  - A sorozat három egymás után következő elemére fennáll:  
 $a/b, (a + e)/(b + f), e/f$
  - A sorozat két egymás után következő  $a/b, e/f$  elemére fennáll:  
 $e \cdot b - a \cdot f = 1$

## 2. feladat: Adott szám faktoriálisának prímtényezői

- Adott  $n, p$  természetes számok esetében, ahol  $p$  prímszám és  $n \leq 4294967295$  írjunk programot, mely meghatározza, hogy  $n!$  prímtényező felbontásában hányszor szerepel a  $p$ .
- $n = 10, p = 3$  esetében az eredmény: 4, mert:  
 $3, 6 = 2 \cdot 3, 9 = 3^2$ .
- Útmutatás:
  - $n, p$  esetében az eredmény meghatározható, ha meghatározzuk az  $i, j$  értékeket, ahol:
  - $p, 2 \cdot p, \dots, i \cdot p$
  - $p^2, p^3, \dots, p^j$

### 3. feladat: Hamming számok




- Szabályos számok-nak nevezzük az 1-t és azon további természetes számokat, melyeknek csak a 2, 3 lehetnek a prímtényezői. Az 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27, 32, 36, 48 az első 15 szabályos szám sorozata, növekvő sorrendben. Írjunk programot, mely meghatározza az első  $1 \leq n \leq 1000$  szabályos szám sorozatát növekvő sorrendben.
- Útmutatás:
  - a szabályos számok sorozatának első elem: 1.
  - meghatározzuk minden  $h$  szabályos számra a  $2 \cdot h$ , illetve  $3 \cdot h$  értékeket.
  - az így kapott két sorozatot összefésüljük

## 4. feladat: Euklideszi algoritmus és alkalmazásai

- Adott  $a, m$  egész számok esetében az  $x$ -t  $a$  inverzének mondjuk  $(\text{mod } m)$  szerint, ha  $a \cdot x = 1 \pmod{m}$ . Írjunk programot, mely adott  $a, m$  egész számok esetében meghatározza  $a$  inverzét.

## 4. feladat: Moduláris hatványozás

- Adott  $a, m$  egész számok esetében írjunk programot, mely meghatározza az  $a^x \pmod{m}$  értéket.

-  K. H. Rosen: Elementary Number Theory and its applications, Addison-Wesley, 1986.
-  R. Freud and E. Gyarmati: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.
-  A. Bege: Bevezetés a számelméletbe, Scientia Kiadó, Kolozsvár, 2002.