

**RÉNYI ALFRÉD**

**DIALÓGUSOK**  
**A MATEMATIKÁRÓL**

**TARTALOM**

DIALÓGUS A MATEMATIKÁRÓL

DIALÓGUS A MATEMATIKA ALKALMAZÁSAIRÓL

A TERMÉSZET KÖNYVÉNEK NYELVE

UTÓSZÓ

IRODALOMJEGYZÉK

## DIALÓGUS A MATEMATIKÁRÓL

SZÓKRATÉSZ: Mi járatban vagy, Hippokratészem? Kit keresel?

HIPPOKRATÉSZ: Most már senkit, mert megtaláltalak, de eddig téged kerestelek: először a Lúkeionban, majd az agorán; ott mondták nekem, hogy errefelé láttak az Ilisszosz partján sétálni. Ezért jöttem hát ide utánad.

SZÓKRATÉSZ: Hát akkor mondd is el mielőbb, hogy miért jöttél hozzám, ne hagyd, hogy gyötörjön a kíváncsiság. Majd utána én is akarok kérdezni tőled valamit, ami nyomja a lelkemet azóta, amióta veled együtt Protagorasszal beszélgettünk. Emlékszel még erre a beszélgetésre?

HIPPOKRATÉSZ: Hogy én ne emlékeznék? Azóta nem telt el olyan nap, hogy ne gondolnék rá. Most is azért jöttem, mert az a beszélgetés járt az eszemben.

SZÓKRATÉSZ: Hát akkor, Hippokratészem, úgy látszik, a kettőből egy lett, és te is arról akarsz velem beszélni, amiről én veled. És még azt mondják a matematikusok, hogy a kettő sohasem egy!

HIPPOKRATÉSZ: Szókratészem, te a vesembe látsz, hiszen éppen a matematikáról akarok veled beszélni.

SZÓKRATÉSZ: Jól tudod, Hippokratészem, hogy én nem vagyok matematikus, miért hozzám jöttél hát, miért nem a nagytudású Theodóroszhoz?

HIPPOKRATÉSZ: Mondd, Szókratészem, hogyan lehet az, hogy te előbb válaszolsz az én kérdésemre, mint hogy azt én feltettem volna? Hiszen éppen azért jöttem hozzád, hogy megkérdezzek, hogyan vélekedsz arról, hogy Theodórosz tanítványa legyek? Amikor ugyanis azzal jöttem hozzád, hogy Protagorasz tanítványa akarok lenni, te elvittél hozzá, és úgy irányítottad ravaszul beszélgetésünket, hogy a napnál is világosabban kiderült, hogy Protagorasz még azt sem tudja megmondani, miben is áll az a tudás, amit ő, mint szofista, tanítványainak tanít, s hogy nem tudja, hogy ez minek a tudása, és mire jó. Megváltoztattam hát szándékomat, és nem szegődtem hozzá! Ez a beszélgetés megmutatta nekem, hogy mit ne tegyek, de nem segített abban, hogy rájöjjek, mit tegyek. Azóta is ezen töprengek! Velem egykorú társaimmal járok a testgyakorló házba, meg a lakomákra, és nem is mondhatom, hogy nem töltöm kellemesen az időmet, de ez engem nem elégít ki. Zavar az, hogy úgy érzem, nagyon keveset tudok; pontosabban: hogy mindaz, amit tudok, nagyon bizonytalanak és ingatagnak tűnik előttem, főleg, amióta a Protagorasszal folytatott beszélgetésedet hallva rájöttem arra, hogy azokról a fogalmakról, amelyekről azt hittem, hogy tudom, mit jelentenek, mint például a jó, a szép, az igazság, vajmi keveset tudok. Akkor, ott a beszélgetés alatt, úgy éreztem: nagyon sokat tanultam tőled, és nagy nyereség az, hogy most már tudom, hogy mindezekről a dolgokról milyen keveset tudok.

SZÓKRATÉSZ: Örülök, Hippokratészem, hogy olyan jól megértettél; hiszen én mindig nyíltan megmondom, hogy *én magam semmit nem tudok, csak - ellentétben sok más emberrel - nem is hiszem magamról, hogy tudom azt, amit nem tudok.*

HIPPOKRATÉSZ: Szókratészem, ez kétségtelenül mutatja azt, hogy mennyivel bölcsebb vagy másoknál, azonban engem ez a fajta bölcsesség nem elégít ki. Bennem igen erős vágy él arra, hogy valami biztos és szilárd tudásra tegyek szert, és nem nyugszom addig, amíg ezt meg nem szereztem! Protagorasszal folytatott vitád óta folyton azon töprengek, hogy ha a szofistáktól nem érdemes tanulnom, kihez forduljak, és milyen fajta tudást próbáljak megszerezni. Nemrégiben

beszélgettem erről Theaitetossal, aki azt tanácsolta nekem, hogy tanuljak matematikát Theodórosztól, az ő mesterétől, akinél nincs Athénban járatosabb ember a számok tudományában és a geometriában. Theaitetosz szerint azt a biztos tudást, amire szomjazom, csak a matematikában találhatom meg. Mármost ezért jöttem hozzád, mert nem akarok megint úgy járni, mint amikor Protagorasz tanítványául akartam szegődni. Mondd meg hát, Szókratészem, ha Theodórosz tanítványa leszek, megtalálom-e azt, amit keresek, vagy ezt is hiábavaló dolognak tartod?

SZÓKRATÉSZ: Túlbecsülsz engem, Hippokratészem, amikor nekem ilyen kérdéseket teszel fel. Mit mondhatok én neked annál többet, mint hogy ha matematikát akarsz tanulni, nem fordulhatsz jobb mesterhez, mint az én kiváló barátomhoz, Theodóroszhoz? Azt eldönteni pedig, hogy helyes-e, hogy a matematika tanulmányozását választod, csak te magad tudod, hiszen te tudod legjobban, hogy mi az, amire vágysz.

HIPPOKRATÉSZ: Mivel haragítottalak meg, Szókratészem, hogy nem akarsz nekem segíteni? Ha megharagítottalak volna akaratom ellenére, mondd meg nyíltan, hogy kiengesztelhesselek.

SZÓKRATÉSZ: Félreértettél, Hippokratészem, nincs szó haragról, csak éppen lehetetlent kívánsz tőlem. Hogyan dönthetem én el helyetted, hogy mit csinálj? Ezt mindenkinek magának kell eldöntenie. *Én nem tehetek többet, mint hogy bábaként segítek neked, hogy megszüljed elhatározásodat.*

HIPPOKRATÉSZ: Kérlek, Szókratészem, ne tagadd meg tőlem ezt a segítséget, és ha nincs más dolgod, lássunk rögtön neki.

SZÓKRATÉSZ: Nem bánom, amott van egy magas platánfa, heveredjünk le az árnyékába és kezdjünk hozzá. De mondd: *kész vagy úgy folytatni a beszélgetést, ahogy én szeretném, hogy én csak kérdezek és te válaszolsz rá? És nem fogod elfelejteni, hogy az ilyen beszélgetésből nem származhat több haszon, mint hogy tisztábban látod azt, amit addig is tudtál, és hogy csak olyan megismeréshez tudunk így eljutni, ami legalábbis csírájában már eddig is megvolt benned?* Nem leszel olyan, mint Dáriusz király, aki kivégeztette a bányamesterét azért, mert egy bányából, amelyről ő azt hitte, hogy aranyat fognak találni benne, csak rezet hozott felszínre? Ez a király elfelejtette, hogy a bányász nem tud mást kibányászni egy bányából, mint ami amúgy is ott van. Remélem, te nem esel ilyen tévedésbe.

HIPPOKRATÉSZ: Zeuszra esküszöm, Szókratészem, semmilyen szemrehányást sem fogok neked tenni, de most már ne húzd tovább, hanem kezdjünk hozzá a bányászáshoz.

SZÓKRATÉSZ: Jól van, legyen úgy, ahogy akarsz. Felelj nekem akkor először arra a kérdésre: tudod-e, hogy mi a matematika? Hiszen feltételezem, hogy tudod, mi is az, aminek tudására vágyol.

HIPPOKRATÉSZ: Azt hiszem, ezt minden gyerek tudja. A matematika tudomány, mégpedig nem is akármilyen, hanem a legjavából való!

SZÓKRATÉSZ: Hogy megértsed, hogy mi az, ami előttem homályos, beszéljünk először egy másik tudományról, például az orvosok tudományáról. Helyesen látom, ha azt mondom, hogy az orvostudomány a betegség és az egészség tudománya, és az a célja, hogy a betegeket meggyógyítsa és az egészségesek egészségét megőrizze?

HIPPOKRATÉSZ: Jól mondod.

SZÓKRATÉSZ: Azt, hogy milyen betegségek vannak, hogyan lehet őket megkülönböztetni és gyógyítani, csak maguk az orvosok tudják, sőt ők is elég keveset tudnak csak erről. Azt azonban, hogy mi az orvostudomány tárgya és célja, valóban minden gyerek tudja. Úgy tűnik nekem azonban, hogy a matematika esetében nem ilyen egyszerű a dolog.

HIPPOKRATÉSZ: Magyarázd meg, Szókratészem, hogy mi a különbség, mert előttem nem világos.

SZÓKRATÉSZ: Nos, hát gondold meg jól: az orvostudomány olyasvalamivel foglalkozik-e, ami létezik, vagy olyasmivel, ami nem létezik? Lennének-e betegek akkor is, ha nem volnának orvosok?

HIPPOKRATÉSZ: Persze, hogy volnának, sőt, még több is volna.

SZÓKRATÉSZ: Vizsgáljunk meg valami más tudományt vagy mesterséget. Gondold meg jól, barátom, jól mondom-e, hogy a csillagász a csillagokat vizsgálja?

HIPPOKRATÉSZ: Jól mondd.

SZÓKRATÉSZ: Hát ha azt kérdezem, hogy a csillagászok valami létezővel foglalkoznak-e, vagy olyasmivel, ami nem létezik, mit felelnél?

HIPPOKRATÉSZ: Azt, hogy létezővel.

SZÓKRATÉSZ: Csillagok akkor is lennének, ha csillagászok nem volnának?

HIPPOKRATÉSZ: Feltétlenül. Sőt, egészen biztos, hogy ha Zeusz haragja elpusztítaná az embereket, a csillagok akkor is ott ragyognának az égen. De miért a csillagászokról beszélünk, és miért nem a matematikusokról?

SZÓKRATÉSZ: Ne légy olyan türelmetlen, barátom. Mielőtt a matematikáról beszélünk, vizsgáljunk meg még néhány tudományt és mesterséget, hogy legyen mivel összehasonlítani a matematikát és a matematikus tevékenységét. Hogy neveznéd azt az embert, aki az állatokat és növényeket vizsgálja, aki tudja, hogy milyen lények népesítik be az erdőt meg a tenger mélyét?

HIPPOKRATÉSZ: Én az élő természet kutatójának nevezném az illetet.

SZÓKRATÉSZ: És egyetértesz, ha azt mondom, hogy ilyen ember is olyasmit vizsgál, ami a természetben létezik?

HIPPOKRATÉSZ: Tökéletesen.

SZÓKRATÉSZ: És hogy neveznéd azt az embert, aki az érceket vizsgálja, és tudja, hogy melyikből lehet vasat nyerni?

HIPPOKRATÉSZ: Az ércek ismerőjének nevezem.

SZÓKRATÉSZ: Most azt mondd meg: az ilyen ember is valami létezőt vizsgál és ahhoz ért, vagy valami nem létezőt kutat?

HIPPOKRATÉSZ: Hát persze, hogy valami létezőt.

SZÓKRATÉSZ: Állíthatjuk tehát, hogy minden tudomány valami létezővel foglalkozik?

HIPPOKRATÉSZ: Hát úgy látszik, nyugodtan állíthatjuk.

SZÓKRATÉSZ: Hát akkor mondd meg, Hippokratészem, mivel foglalkozik, mit vizsgál a matematikus?

HIPPOKRATÉSZ: Theaitetosztól én is kérdeztem ezt: ő azt mondta, hogy a számokkal meg a geometriai formákkal foglalkozik.

SZÓKRATÉSZ: Jól felelt Theaitetosz, én sem tudtam volna jobbat válaszolni. De most gondold meg jól: mondhatjuk-e, hogy a számok és formák léteznek?

HIPPOKRATÉSZ: Azt hiszem, mondhatjuk, hiszen ha nem léteznének, hogyan beszélhetnénk egyáltalán róluk.

SZÓKRATÉSZ: Jól beszélsz, de engem azért még zavar valami. Mondd csak, például a törzsszámok úgy léteznek-e, mint a csillagok vagy a halak? Ha nem volnának matematikusok, akkor is volnának törzsszámok?

HIPPOKRATÉSZ: Kezdem érteni, hogy hova vezetsz engem. Úgy látom, tényleg nem olyan egyszerű a dolog, mint gondoltam, mert igazán nem tudom, hogy mit válaszoljak a kérdésedre.

SZÓKRATÉSZ: Akkor másként teszem fel a kérdést: Ugye a csillagok az égen vannak akkor is, ha senki sem figyeli őket, a halak pedig a tengerben úszkálnak akkor is, ha nem halássza ki őket senki, sem azért, hogy megegye, sem azért, hogy tanulmányozza őket?

HIPPOKRATÉSZ: Jól mondod.

SZÓKRATÉSZ: De hol volnának a törzsszámok, ha a matematikusok nem vizsgálnák őket?

HIPPOKRATÉSZ: Valóban, sehol sem volnának, hiszen, amikor a matematikusok a törzsszámokról gondolkodnak, a törzsszámok az ő fejükben vannak, így, ha senki nem gondol a törzsszámokra, azok nincsenek is sehol.

SZÓKRATÉSZ: Mondhatjuk-e hát, hogy a matematikusok olyan dolgokkal foglalkoznak, amelyek nem is léteznének nélkülük?

HIPPOKRATÉSZ: Úgy látszik.

SZÓKRATÉSZ: Ha tehát azt mondom, hogy a matematikusok olyasmit vizsgálnak, ami nem létezik - legalábbis nem úgy létezik, mint a csillagok vagy a halak -, igazat mondok?

HIPPOKRATÉSZ: Kétségtelenül.

SZÓKRATÉSZ: Várj csak, ne hamarkodjunk el a dolgot. Van nálad viasztábla?

HIPPOKRATÉSZ: Itt van.

SZÓKRATÉSZ: Hát akkor figyelj ide. Leírok ide a viasztáblára egy számot, mondjuk azt, hogy 29, nemde ez létezik?

HIPPOKRATÉSZ: Valóban, hiszen látjuk, sőt tapinthatjuk is.

SZÓKRATÉSZ: Hát akkor mégiscsak létező dolgok a számok?

HIPPOKRATÉSZ: Szókratészem, te most rá akarsz szedni. Nézd, ugyanerre a viasztáblára lerajzoltam egy oroszlánt és egy hétfejű sárkányt. Mindkét rajz egyformán látható a táblán, márpedig az oroszlánok ugyan léteznek, a hétfejű sárkány azonban nem. Én legalábbis még nem láttam sárkányt, és nem is találkoztam olyan emberrel, még a legöregebbek között sem, aki látott volna. De ha tévednék, és mégis léteznek valahol Héraklész oszlopain túl hétfejű sárkányok, akkor sem azért léteznek, mert én képzeletből egyet lerajzoltam a viasztáblámra. Ha léteznének sárkányok, akkor is léteznének, ha én nem rajzoltam volna egyet ide.

SZÓKRATÉSZ: Jól beszélsz, Hippokratészem, és úgy látom, alaposan fülöncsípted az igazságot. Szóval az, hogy a számokról beszélhetünk vagy leírhatjuk őket, még nem jelenti, hogy valóban léteznek?

HIPPOKRATÉSZ: Persze, legalábbis nem úgy léteznek, mint az oroszlánok, vagy a csillagok.

SZÓKRATÉSZ: Gondoljuk azért ezt meg jobban, mert engem még egy dolog zavar. Nemde megszámlálhatjuk a juhokat itt a mezőn, vagy a hajókat a pireuszi kikötőben?

HIPPOKRATÉSZ: Persze, hogy megszámlálhatjuk.

SZÓKRATÉSZ: A juhok meg a hajók pedig kétségtelenül léteznek?

HIPPOKRATÉSZ: Természetesen.

SZÓKRATÉSZ: Hát ha a juhok léteznek, nem létezik a számuk is? Nekem most úgy tűnik, hogy a matematikusok mégiscsak valami létezővel foglalkoznak.

HIPPOKRATÉSZ: Megint rá akarsz szedni, Szókratész, de én nem hagyom magam. Hiszen a matematikusok nem a juhok számlálásával foglalkoznak, ez a juhászok dolga, és nem is kell hozzá valami nagy bölcsesség.

SZÓKRATÉSZ: Szóval azt mondd, hogy a matematikus nem a juhok vagy a hajók számával foglalkozik, hanem magukkal a számokkal, tehát nem valami létező dolgokat számol, hanem a számokat magukat kutatja, és így olyasmivel foglalkozik, ami igazában nem is létezik, csak az ő gondolataiban.

HIPPOKRATÉSZ: Úgy látom, így áll a dolog.

SZÓKRATÉSZ: Ha jól emlékszem azt mondtad, Theaitetosz szerint a matematikusok számokkal és geometriai formákkal foglalkoznak. Mielőtt elsietnénk a dolgot, vizsgáljuk meg, hogy a formákkal ugyanaz-e a helyzet, mint a számokkal, vagy másképpen áll a dolog. Ha azt kérdezem, hogy a formák léteznek-e, mit válaszolsz?

HIPPOKRATÉSZ: Azt, hogy léteznek; hiszen egy jól sikerült vázáról mindenki azt mondja, hogy szép formája van. A formát szemünkkel láthatjuk és kezünkkel tapinthatjuk, ezért úgy hiszem, bátran mondhatjuk, hogy létezik.

SZÓKRATÉSZ: Hippokratészem, nagyon szépen beszéltél, úgyhogy majdnem meg is győztél. De egy dolog még nyugtalanít engem.

HIPPOKRATÉSZ: Mi az, Szókratészem? Talán megint tévedtem volna?

SZÓKRATÉSZ: Ítéld meg magad. Amikor egy vázát látsz, mit látsz tulajdonképpen, a vázát magát vagy annak a formáját?

HIPPOKRATÉSZ: Mind a kettőt.

SZÓKRATÉSZ: Úgy áll-e talán a dolog, mint amikor egy juhot látsz: látod a juhot magát és látod a juh szőrét?

HIPPOKRATÉSZ: Úgy látom, a hasonlat nagyon találó.

SZÓKRATÉSZ: Énnekem pedig úgy tűnik, hogy sántikál a hasonlat, mint Héphaisztosz. Hiszen a juh szőrét lenyírhatod, és külön láthatod a juhot szőrtelenül, és külön a juh szőrét. Ugyanígy el tudod-e választani a vázát a formájától?

HIPPOKRATÉSZ: Nem én, de bizony más sem.

SZÓKRATÉSZ: Még mindig azt állítod-e, hogy a geometriai formákat látni lehet?

HIPPOKRATÉSZ: Kezdek benne kételkedni.

SZÓKRATÉSZ: Nekem most úgy tűnik, hogy a váza formája a vázától elválasztva nem létezhet. De mondd: ha a matematikusok valójában a vázák vagy edények formájával foglalkoznának, nem kellene-e inkább fazekasmestereknek nevezni őket?

HIPPOKRATÉSZ: Kétségtelenül.

SZÓKRATÉSZ: Ha a matematikusok a vázák és edények formájával foglalkoznának, akkor Theodórosz volna a legkiválóbb vázakészítő és fazekas, hiszen a geometriai formákhoz ő ért a legjobban. Én azonban azt hiszem, hogy még egy egyszerű bögrét sem tudna elkészíteni.

HIPPOKRATÉSZ: Sokan dicsérték előttem Theodóroszt, hisz éppen ezért akarok a tanítványa lenni, de azt, hogy a fazekasmesterséghez is értene, tényleg nem mondta nekem senki.

SZÓKRATÉSZ: Vagy talán a matematikusok épületek, oszlopok vagy szobrok formáival foglalkoznak? Hiszen akkor ők építészek vagy szobrászok volnának.

HIPPOKRATÉSZ: Jól mondod.

SZÓKRATÉSZ: Szóval, Hippokratészem, úgy tűnik nekem, hogy a matematikusok nem létező dolgok formáival foglalkoznak, nem törődve azzal, hogy milyen tárgyak bírnak ilyen formával. Tehát a matematikusok a formákkal nem mint látható, tapintható, azaz a szó közönséges értelmében létező dolgokkal foglalkoznak, hanem olyan formákkal, amelyek csak az ő gondolataikban léteznek. Te is így látod a dolgot?

HIPPOKRATÉSZ: Most már igen.

SZÓKRATÉSZ: Most, miután megállapítottuk, hogy a matematika nem létező, hanem csak elgondolt dolgokkal foglalkozik, vizsgáljuk meg Theaitetosznak azt az állítását, hogy a matematika biztosabb és csalhatatlanabb, mint bármely más tudomány. Mondd csak, barátom, hozott fel Theaitetosz példákat, vagy csak általánosságban beszélt!

HIPPOKRATÉSZ: Hogyne mondott volna példákat, méghozzá nagyon világos és egyszerű példákat, úgyhogy engem tökéletesen meggyőzött.

SZÓKRATÉSZ: El tudnál mondani nekem néhány példát, hadd tanulok én is valamit?

HIPPOKRATÉSZ: Megpróbálom, de ha nem emlékszem jól és rosszul mondom, ne Theaitetoszt íteld el, hanem engemet.

SZÓKRATÉSZ: Csak mondjad bátran.

HIPPOKRATÉSZ: Például azt mondta, hogy teljesen biztosat mondani arról, hogy milyen messze van Spárta Athéntől, nem lehet. Abban még egyetért mindenki, aki megtette az utat, hogy hány napi járásra van, de hogy pontosan hány lépés, azt már nem lehet megállapítani. Bármilyen pontosan is mérné le valaki a távolságot, pl. mérőszalaggal, nem volna a mérés teljesen pontos. Ha újra megmérnék, biztosan lenne eltérés a két mérés között. De azt, hogy egy négyzet átlója mekkora, Püthagorasz óta pontosan meg tudjuk mondani, és ebben mindenki egyetért, aki megértette, hogy miről van szó.

SZÓKRATÉSZ: Jól mondta Theaitetosz, és te is hűen adtad vissza szavait, legalábbis abból ítélve, hogy nagyon meggyőző, amit mondsz. Említett talán másfajta példát is?

HIPPOKRATÉSZ: Várj csak, hadd gondolkozzam egy kicsit. Megvan! Azt mondta, hogy nem lehet egész pontosan megállapítani, hogy hány ember él Hellaszban, hiszen ha megpróbálnánk összeszámolni, miközben a számlálás folyik, születne egy csomó gyerek, meghalna egy sereg öreg, útra kelnének és érkeznének hajók, úgyhogy csak nagyon pontatlan és hozzávetőleges választ lehet adni ilyen kérdésre. Ha azonban a matematikustól azt kérdezik, hogy például hány éle van a dodekaédernek, az erre a kérdésre olyan választ tud adni, amihez semmi kétség nem

férhet, tudniillik, hogy mivel tizenkét ötszög határolja, mindegyiknek öt oldala van, de minden egyes ötszögszög két laphoz is tartozik, tehát összesen harminc éle van a dodekaédernek.

SZÓKRATÉSZ: Mondott még más példát is?

HIPPOKRATÉSZ: Még egy egész sereget, nem is tudtam mindet megjegyezni. Például azt mondotta, hogy a valóságban nincs két tökéletesen egyforma dolog. Poszeidón templomának oszlopai, bár nagyon hasonlítanak egymáshoz, mégsem tökéletesen egyformák. Nincsen két teljesen egyforma tojás sem. Ezzel szemben egy téglalap két átlója biztosan egyenlő hosszú szakasz, semmi különbség köztük nincsen. Hasonlóképpen egyenlők az egyenlőszárú háromszögek az alapon fekvő szögei. Még azt is mondotta, hogy mint Hérakleitosz megmutatta, minden, ami van, változik, biztosan azonban csak arról tudhatunk, ami változatlan, mint például a páros meg a páratlan, a kör meg az egyenes.

SZÓKRATÉSZ: Ennyi példa elég is lesz. Engem is meggyőzött Theaitetosz, hogy a matematikában egész biztos tudást szerezhethetünk a dolgokról, ellentétben a mindennapi étellel vagy más tudományokkal. Próbáljuk meg azonban most összefoglalni, hogy mire jutottunk. Úgy tűnik tehát, hogy a matematika nem létező dolgokkal foglalkozik, és ezekről vitathatatlan igazságokat képes megállapítani. Nemde így lehetne összefoglalni azt, amit eddig sikerült körültekintő és alapos megfontolással kiderítenünk. Vagy nem jól foglaltam össze?

HIPPOKRATÉSZ: Zeuszra, nagyon jól mondod.

SZÓKRATÉSZ: Mondd hát, Hippokratészem, nem találod rejtélyesnek, hogy ezek szerint arról, ami nem létezik, többet és biztosabbat tudunk, mint arról, ami létezik?

HIPPOKRATÉSZ: Ez valóban különös, és igazán nem értem, hogy ez hogyan lehetséges. Érvelésünkben nem látok hibát, de mégis azt hiszem, hogy valahol elvettük az okoskodást, csak azt nem tudom, hogy hol.

SZÓKRATÉSZ: De hiszen érvelésünk minden egyes lépését nagyon alaposan ellenőriztük, megnéztük a dolgot több oldalról is; ebben hiba nem lehet. De várj csak, most eszembe jutott valami, ami talán segít megoldani a rejtélyt.

HIPPOKRATÉSZ: Mondd el gyorsan, mert gyötör a bizonytalanság.

SZÓKRATÉSZ: Ma reggel a második arkhon csarnokában jártam, ahol éppen egy Pitthosz községbeli ács feleségét vádolták azzal, hogy megcsalta és szeretője segítségével megölte férjét. Az asszony ezt váltig tagadta, és esküdözött Artemiszre és Aphroditére, hogy soha mászt nem szeretett, mint a férjét, és a férjét rablók ölték meg. Sok tanút hallgattak ki, többen azt állították, hogy az asszony bűnös, többen pedig azt, hogy ártatlan. Hogy mi volt valóban az igazság, azt nem sikerült megállapítani.

HIPPOKRATÉSZ: Nem szép tőled, Szókratész, hogy amikor már teljesen összezavartál, ahelyett, hogy segítenél nekem, hogy megtaláljam az igazságot, mindenféle történetekkel traktálsz engem. Talán gúnyt akarsz üzni belőlem?

SZÓKRATÉSZ: Ne mérgelődj, Hippokratészem, jó okom van arra, hogy erről az asszonyról beszéljek, akiről nem sikerült megállapítani, hogy bűnös-e vagy sem. De egyet bizonyosan állíthatunk erről az asszonyról: azt, hogy létezik, hiszen láttam őt, saját szememmel, és nemcsak én, hanem mindazok, akik ott voltak a második arkhon csarnokában. Megnevezhetek neked közülük jó néhány szavahihető, becsületes embert, aki még álmában sem hazudott volna soha.

HIPPOKRATÉSZ: Nem szükséges, Szókratészem, nekem te is elég vagy tanúnak, de könyörgöm, áruld már el, mi köze ennek a nőnek ahhoz, amiről mi beszélgetünk.



SZÓKRATÉSZ: Sokkal több köze van, mint gondolnád. De mondd csak: ismered Agamemnón és Klütaimnesztra történetét?

HIPPOKRATÉSZ: Ki ne ismerné? Hisz tavaly láttam a színházban Aiszhülosz trilógiáját.

SZÓKRATÉSZ: Mondd el hát - de csak röviden - a lényegét.

HIPPOKRATÉSZ: Miközben Agamemnón, Argosz királya, tíz éven át Trója alatt harcolt, felesége, Klütaimnesztra házasságtörő viszonyra lépett férje unokatestvérével, Aigiszthossal. Mikor Agamemnón Trója elpusztítása után hazatért, Klütaimnesztra a szeretője segítségével meggyilkolta.

SZÓKRATÉSZ: Mondd meg hát nekem, Hippokratészem, honnan tudja Aiszhülosz, hogy Klütaimnesztra valóban megcsalta és megölte a férjét?

HIPPOKRATÉSZ: Nem értem, miért kérdezel tőlem olyan dolgokat, amelyeket minden hellén jól tud. Hiszen Homérosz is megírta a történetet: amikor Odüsszeusz leszállt az alvilágba, találkozott Agamemnón árnyékával, és ő maga mondta el neki bús sorsát.

SZÓKRATÉSZ: Még csak azt mondd meg, Hippokratészem, biztos vagy abban, hogy Agamemnón és Klütaimnesztra valóban éltek, és a róluk szóló homéroszi történet igaz?

HIPPOKRATÉSZ: Lehet, hogy megköveznének érte, de szerintem nem lehet ma már annyi évszázad után megállapítani, hogy ezek az emberek éltek-e, és ha igen, mi volt a sorsuk. De ez nem is számít, hiszen ha Agamemnónról és Klütaimnesztráról beszélünk, nem a valódi személyekre gondolunk (ha egyáltalán voltak ilyenek), hanem a homéroszi hagyományokból átvett, az Aiszhülosz-tragédiában szereplő alakokra.

SZÓKRATÉSZ: Mondhatjuk tehát, Hippokratészem, úgy áll a dolog, hogy a valódi Klütaimnesztráról és Agamemnónról, ha léteztek is, vajmi keveset tudunk, hanem arról Klütaimnesztráról és Agamemnónról, akik Aiszhülosz tragédiájában szerepelnek, azokról teljes bizonyossággal tudhatjuk azt, hogy mit mond róluk Aiszhülosz; és mivel a tragédiában ez áll, teljes bizonyossággal állítjuk, hogy az a Klütaimnesztra, akiről Aiszhülosz beszél, megcsalta és megölte azt az Agamemnónt, aki ugyanennek a tragédiának a szereplője.

HIPPOKRATÉSZ: Jól mondd, de még mindig nem értem, hová akarsz kilyukadni.

SZÓKRATÉSZ: Figyelj csak jól: nemde a tragédiában szereplő személyek nem valójában létező emberek?

HIPPOKRATÉSZ: Így van.

SZÓKRATÉSZ: Figyelj tehát jól: megállapítottuk, hogy abban bizonyosak lehetünk, hogy a tragédiában szereplő, a költő által elképzelt, de valójában nem létező Klütaimnesztra megcsalta és meggyilkolta a tragédiában szereplő Agamemnónt, míg arról a hús-vér asszonyról, aki ma a bíróság előtt állt, nem tudhatjuk biztosan, hogy megcsalta és megölte-e a férjét, vagy nem.

HIPPOKRATÉSZ: Kezdem már sejteni, hogy hová vezetted a beszélgetést. De jobb, ha te magad megmondod, hogy mi a tanulság mindebből.

SZÓKRATÉSZ: Úgy érzem, Hippokratészem, hogy itt is ugyanarról van szó, mint amire a matematikával kapcsolatban jutottunk. A nem létező, csak elgondolt emberekről, a tragédia szereplőiről sokkal biztosabbat tudhatunk, mint a létező, élő emberekről. Hiszen amikor azt állítjuk, hogy Klütaimnesztra bűnös volt, ezzel csak azt mondjuk, hogy az a Klütaimnesztra volt bűnös, akit a költő elgondolt és megírt, mert hiszen ez abból, amit írt, világosan kitűnik. Nagyon hasonlít ez ahhoz, hogy arról a téglalapról, amiről a matematikusok beszélnek, biz-

tosan tudhatjuk, hogy átlói egyenlő hosszúak, hiszen ez világosan következik abból, ahogyan a matematikusok a téglalapot elgondolják és meghatározzák.

HIPPOKRATÉSZ: Azt mondd tehát, Szókratészem, hogy az a megállapításunk, hogy a matematikusok a vizsgálataik tárgyát képező, a valóságban nem létező, csak elgondolt dolgokról sokkal biztosabb tudással rendelkeznek, mint a természet vizsgálói a létező dolgokról, valóban helytálló, bármilyen meglepően is hangzik, sőt, ha jobban utánagondolunk, nem is olyan meglepő, hanem nagyon is természetes dolog? A matematika tárgyát képező, nem létező, csak elgondolt dolgokról éppen azért tudhatjuk a teljes igazságot, mert nem léteznek, illetve csak annyiban léteznek, amennyiben a matematikusok kigondolták őket, és éppen azért pontosan olyanok, amilyenek elképzelték őket, szemben a valóban létező dolgokkal, amelyek különböznek a róluk általunk alkotott képtől.

SZÓKRATÉSZ: Te mondd, Hippokratészem, mégpedig nagyon világosan fejezted ki magad.

HIPPOKRATÉSZ: Hálás vagyok neked, Szókratész, hogy erre rávezettél. Most már nemcsak azt látom, hogy Theaitetosznak teljesen igaza volt, amikor azt mondta nekem, hogy ha biztos tudásra törekszem, olyanra, ami nemcsak, hogy tartalmaz valami igazságot, hanem maga a szintizta igazság, akkor a matematikával kell, hogy foglalkozzam. Most már azt is értem, hogy mi teszi a matematikát csálhatatlanná. De ha eddig türelemmel voltál irántam, ne hagyjál még magamra, mert dilemmám még ezzel egyáltalán nincsen megoldva. Sőt, úgy érzem, hogy a leglényegesebb kérdésről még nem is beszéltünk.

SZÓKRATÉSZ: Mondd hát, Hippokratészem, mi az a kérdés?

HIPPOKRATÉSZ: Emlékezz vissza, Szókratészem, hogy én azzal jöttem hozzád, hogy megkérjelek: segíts eldöntenem, hogy Theodórosz tanítványává szegődjem-e. Erre te rávezettél arra, hogy megértem, mivel foglalkozik a matematika, és mi a titka annak, hogy biztos tudást képes nyújtani. Megértettem, hogy a matematikus maga alkotja meg a vizsgálódás tárgyát képező fogalmakat, és ezért ezekről a csak gondolataiban létező dolgokról, amelyek éppen ezért pontosan olyanok, amilyenek mi elképzeljük őket, ki tudja deríteni a teljes igazságot. Most már látom, hogy ha a matematika tanulmányozására elszánom magam, valóban megbízható tudásra tehetek szert. Csak azt nem látom még, hogy van-e ennek értelme? Azt ugyanis minden gyermek megérti, hogy van értelme a létezőről valamit megtudni. Ha ugyanis tudásra tesz valaki szert az ásványokra, az állatokra vagy a növényekre vonatkozólag, ennek sok haszna lehet nemcsak számára, hanem az egész állam, és általában az emberek számára. Még ha a távoli csillagokról szerez valaki magának többé-kevésbé megbízható tudást, annak is lehet haszna, például segítheti őt a tájékozódásban éjjel a tengeren. De mit ér az olyan tudás, ami a nemlétezőre vonatkozik? Erre válaszolj még nekem, Szókratész!

SZÓKRATÉSZ: Hippokratészem, úgy tűnik nekem, hogy te a választ jól tudod, csak engem akarsz próbára tenni.

HIPPOKRATÉSZ: Héraklészre, én bizony teljesen tanácstalan vagyok.

SZÓKRATÉSZ: Hát jó, akkor válaszolj a kérdéseimre. Mondd csak, Hippokratészem, láttuk, hogy a matematikus maga alkotja meg azokat a fogalmakat, amelyeket vizsgál; azt jelenti-e ez, hogy a matematikus úgy választja a fogalmait, ahogy neki tetszik, saját önkénye szerint?

HIPPOKRATÉSZ: Úgy képzem, hogy igen. Az előbb összehasonlítottuk a matematikát a költészettel. Úgy látom, hogy a matematikus ugyanolyan szabadon választja meg a fogalmait, mint a tragédiaíró a szereplőit, és ahogy az utóbbi olyan jellemvonásokkal ruházza fel szereplőit, amilyenekkel jónak látja, a matematikus is olyan fogalmakat vezet be, és olyan tulajdonságokkal ruházza fel őket, ahogy ő jónak látja.

SZÓKRATÉSZ: Ha ez így volna, Hippokratészem, akkor annyiféle matematika volna, ahány matematikus van. Hiszen ha minden matematikus maga választaná meg önkényesen a fogalmait, akkor még véletlenül se foglalkoznának ugyanazokkal a fogalmakkal. Hogy van az, hogy mégis a matematikusok többnyire egyetértenek abban, hogy milyen fogalmakat vizsgáljanak? Például, ha számokról beszélnek, mind ugyanazokra a számokra gondolnak, de ugyanez áll az egyenesre, a körre, a négyzetre, a gömbre és a szabályos testekre vonatkozólag is.

HIPPOKRATÉSZ: Nem az-e ennek a magyarázata, hogy az emberek gondolkodásmódja hasonló, és azért látják ugyanazt jónak?

SZÓKRATÉSZ: Hippokratészem, ne elégedjünk meg egy magyarázattal addig, amíg minden oldalról meg nem vizsgáltuk. Miért van az, hogy a matematikában gyakran előfordul, hogy egymástól távol élő matematikusok, mondjuk az egyik Tarentumban, a másik Számosz szigetén, rájönnek ugyanarra az igazságra, anélkül hogy egymásról tudnának? Ezzel szemben olyanról még nem hallottam, hogy két költő egymástól függetlenül ugyanazt a verset írta volna.

HIPPOKRATÉSZ: Ilyesmiről én sem hallottam, viszont valóban, most, hogy mondod, eszembe jut valami, amit Theaitetosz mondott nekem: ő rájött valami nagyon érdekes dologra; ha jól emlékszem, összemérhetetlen távolságokról volt szó, ezt elmondta Theodórosznak, aki viszont megmutatta neki Arkhüasz levelét, amelyben szinte szóról szóra ugyanaz állt.

SZÓKRATÉSZ: Na látod, barátom, ez a költészetben nem fordulhat elő. De mondhatnék még sok érvet is: miért van az, hogy a matematikusok mindig meg tudnak egymással egyezni abban, hogy mi az igazság, míg például az állam irányítását és a legjobb államformát illetően nemcsak hogy a perzsák, hanem a spártaiak is másképp gondolkodnak, mint mi, sőt, legtöbbször az athéniak sem tudnak egymással megegyezni?

HIPPOKRATÉSZ: Erre könnyen válaszolhatok, Szókratészem; amikor az államügyekről van szó, az embereket nemcsak az igazság keresése vezeti, hanem befolyásolja őket egyéni érdekük is, és ez állítja őket egymással szembe. Ilyesmi a matematikában nincsen; a matematikust csak az igazság megismerésének vágya vezeti.

SZÓKRATÉSZ: Azt akarod mondani, Hippokratészem, hogy a matematikusok, valamilyen, az ő személyüktől teljesen független, rajtuk kívül álló igazságra törekszenek?

HIPPOKRATÉSZ: Igen.

SZÓKRATÉSZ: Szóval: odáig eljutottunk már, hogy a matematikusok, bár látszólag megtehetnék, mégsem önkényesen választják fogalmaikat, hanem valamilyen, egyelőre előttünk ismeretlen okból teljes egyetértésben járnak el e tekintetben, és valami rajtuk kívül álló igazságra törekszenek. Hogy mi ennek a titka, arra még nem jöttünk rá.

HIPPOKRATÉSZ: Jól mondod, de hát akkor próbáljunk rájönni.

SZÓKRATÉSZ: Ha még van türelmed, megpróbálhatjuk. Mondd csak, milyen tekintetben hasonlít egymásra szerinted az a hajós, aki felfedez egy olyan szigetet, amelyről azelőtt senki sem tudott, és az a festő, aki egy olyan új festéket kever ki, amelyet előtte még senki sem csinált?

HIPPOKRATÉSZ: Úgy látom, mind a kettő valami újjal gazdagította az embereket.

SZÓKRATÉSZ: És miben látod a különbséget a két ember között?

HIPPOKRATÉSZ: Én úgy látom, hogy a hajóst felfedezőnek kell neveznünk, mert felfedezett valamit, tudniillik egy szigetet, ami előzőleg is megvolt, csak senki sem tudott róla, míg a festőt feltalálóknak kell neveznünk, mert olyat talált fel, tudniillik egy új festéket, amit nemcsak, hogy nem ismert senki, de ami azelőtt egyáltalán nem is létezett.

SZÓKRATÉSZ: Nem is válaszolhattál volna találóbban. Mármost mondd meg, hogy szerinted, ha egy matematikus valamilyen új matematikai igazságot talál, akkor ezt ő megtalálja vagy kitalálja? Más szóval, a matematikus felfedező-e, vagy feltaláló?

HIPPOKRATÉSZ: Nehezet kérdezel, hiszen nekem e téren még nincsenek tapasztalataim. De abból, amit Theaitetosztól hallottam arról, ahogyan Theodórosz és ő kutatásaikat végzik, úgy látom, hogy bár a feltalálóra is hasonlítanak, mégis inkább felfedezőnek kell őket neveznünk. Éppen ez az, ami engem a matematikához vonz: úgy látom, a matematikusok olyanok, mint a bátor hajósok, akik nekivágnak a gondolat ismeretlen tengerének és kikutatják annak partjait, szigeteit és örvényeit.

SZÓKRATÉSZ: Nagyon jól mondod, Hippokratészem, nekem is úgy tűnik, hogy a matematikus inkább felfedező, mintsem feltaláló. De azért mintha ingadoztál volna a válaszodban. Mire gondoltál, amikor azt mondtad, hogy azért a matematikus a feltalálóra is hasonlít?

HIPPOKRATÉSZ: Azt gondoltam, amire rávezettél az előbb, hogy a matematikus maga alkotja meg a fogalmakat, amelyeket vizsgál. Amikor egy új fogalmat hoz létre a matematikus, akkor azt teszi, amit a feltaláló. De amikor a már általa, vagy más által feltalált fogalmakat kutatja, és ezekre vonatkozó állításokat - ahogy a matematikusok mondják, tételeket - állít fel és bizonyít be, akkor azt teszi, amit a felfedező. Mármost abból, amit Theaitetosz elmondott nekem, úgy tűnik, hogy a matematikus munkájában a tételek felfedezése nagyobb szerepet játszik, mint a fogalmak feltalálása, hiszen már a legegyszerűbb fogalom, mint például a számok és az oszthatóság fogalma, olyan rengeteg problémát vet fel, aminek a matematikusok eddig csak csekély töredékét oldották meg.

SZÓKRATÉSZ: Úgy látom, Hippokratészem, hogy Theaitetosz máris sok mindenre megtanított téged, és nagyon jól elsajátítottad, amire, megtanított. Szerintem nagyon helyesen vélekedsz arról, hogy a matematikus mennyiben felfedező és mennyiben feltaláló. Mit szólnál, ha azt, amit mondtál, úgy foglalnám össze, hogy a matematikus elsősorban felfedező és csak annyiban feltaláló, amennyiben minden felfedezőnek annak kell lennie? Hiszen ha egy hajós el akar jutni olyan helyekre, ahol előtte még más hajós nem járt, ehhez feltalálónak is kell lennie, és olyan hajót kell építenie, amely jobban megállja a helyét a viharos tengeren, mint elődeinek hajói. Úgy látom, hogy a matematikus által kitalált új fogalmak olyanok, mint az újfajta építésű hajók, amelyek gyorsabban és biztosabban röpitik a felfedezésre vágyó hajóst a tajtékzó tengeren ismeretlen vidékek felé, mint a régebbi hajók.

HIPPOKRATÉSZ: Szókratészem, nincs nálad ravaszabb vitázó Athénben, sőt, azt hiszem, egész Hellászban! Amikor összefoglalod azt, amit én mondtam, mindig belécsempészel valamit, amit én talán éreztem, de semmiképpen sem tudtam volna ilyen világosan megfogalmazni, és ami egy lépéssel továbbsegít minket. Abból, amit mondtál, ugyanis napnál világosabb, hogy a matematikusnak az a célja, hogy a gondolkodás óceánjának titkait kifürkéssze; a fogalmak alkotása csak eszköz ebben. Ebből azonban nyilvánvaló, hogy bár módjában állna teljesen önkényesen új fogalmakat alkotni, ez az önkényesség csak látszólagos. Hiszen a felfedezőútra induló hajósnak is módjában áll olyan hajót építeni, ami éppen eszébe jut, de nem lesz bolond olyan hajóval útnak indulni, amelyet az első vihar pozdorjává tör. Nyilvánvalóan olyan hajót fog magának építeni, amelyet minden tekintetben a legjobbnak tart. Ennek a hasonlatnak a fényében az is világossá válik, hogy miért használják a matematikusok ugyanazokat a fogalmakat, legalábbis azok a matematikusok, akik egyidőben élnek, és kapcsolatban állnak egymással. Éppen olyan ez, mint amikor a hajósok kicserélik tapasztalataikat, és a legjobban bevált hajótípusokat használják mindannyian. Úgy érzem, most már sokkal tisztábban látom, hogy mi is a matematika valójában, mint előbb.

SZÓKRATÉSZ: Hát akkor próbáld meg újra megfogalmazni, hogy mi is a matematika.

HIPPOKRATÉSZ: Megpróbálom, bár biztos vagyok benne: ki fog derülni, hogy még mindig csak egy részét látom az igazságnak.

SZÓKRATÉSZ: Csak vágj azért bátran neki, mint a hajósok a tengernek!

HIPPOKRATÉSZ: Úgy látom most, hogy amikor azt mondtuk az előbb, hogy a matematika olyan dolgokkal foglalkozik, amelyek valójában nem léteznek, nem jól fejeztük ki magunkat. Ezek a dolgok léteznek, csak nem úgy, mint a kövek és a fák, tehát nem láthatjuk, nem tapinthatjuk őket, hanem csak a gondolkodás útján juthatunk velük érintkezésbe. Azonban, ha másképpen is, mint a tárgyak, ezek a dolgok szintén léteznek. Amikor mi ezekről a dolgokról gondolkodunk, ugyanarra gondolunk mindannyian, akik matematikával foglalkozunk, tehát ezek a dolgok, bár mindegyikünk csak saját gondolatain keresztül közelítheti meg őket, mégis valahogy a mi személyünktől független léttel bírnak. Létezik tehát egy másik világ, a matematika világa, amely különbözik attól a világtól, amelyben mi élünk, és a matematikus ennek a másik világnak a kifürkészésére törekvő, a nehézségektől és veszélyektől vissza nem riadó, bátor hajós.

SZÓKRATÉSZ: Hippokratészem, bár lendületed engem is magával ragad, de azért úgy érzem, hogy a lelkesedésed hevében egy és más kérdésen túl könnyen átsiklottál.

HIPPOKRATÉSZ: Mik ezek a kérdések, Szókratészem? Ha már ennyi időt szántál rám, ne végezz fél munkát, és mutasd meg nekem, hogy miről feledkeztem meg.

SZÓKRATÉSZ: Ne hidd, hogy én csak akadékoskodni akarok, de úgy érzem, hogy még nem találtuk meg a választ a te kérdésedre. Most már mindketten jobban látjuk, mint mikor ide leültünk, hogy mi is a matematika, és milyenfajta tevékenységet végez a matematikus, de arra a kérdésre, hogy ennek mi a célja és értelme, tulajdonképpen még nem válaszoltunk semmit.

HIPPOKRATÉSZ: Ha jól meggondolom, igazad van. Engem már az is megnyugtatott, hogy megértettem, mi az oka, hogy a matematika tanulmányozása útján biztos tudásra tehetek szert. Úgy érzem, hogy ennek a csodás világnak a tanulmányozása meghozná nekem azt a jóleső érzést, amit eddig semmiben sem találtam meg: hogy van valami, amiben nincs okom kételkedni. Most, hogy azt is megértettem, hogy a matematika világa, ha nem is úgy, mint a kövek és fák, de a maga módján szintén létezik, tőlem függetlenül, még jobban megnyugodtam. De valóban: mi a célja annak, hogy ezt a világot kikutassuk? Nem úgy érnénk leggyorsabban célhoz, ha most az egyszer szakítanál a módszereddel, és te válaszolnál erre a kérdésre? Én ugyanis úgy érzem, nem vagyok erre képes.

SZÓKRATÉSZ: Még ha tudnék is válaszolni egyedül, akkor sem tenném ezt meg, mert kevés hasznod lenne belőle. Az ember csak azt érti meg, amire maga jön rá; amit készen kap, anélkül, hogy lélekben megdolgozna érte, az egyik fülén be, a másikon ki. Olyan ez, mint a növények öntözése: a növény nem élhet víz nélkül, de nem sokat ér azzal a vízzel, amit a leveleire öntenek, az leperreg róla; csak azt a vizet képes igazán felhasználni, amit a gyökerein keresztül maga szív fel.

HIPPOKRATÉSZ: Hát nem bánom, akkor folytassuk vizsgálódásainkat az eddigi módszerrel. De legalább segíts elindulni, mert kátyúba jutottam, mint a szekér a sáros úton.

SZÓKRATÉSZ: Úgy látom, Hippokratészem, hogy ha előre akarunk jutni, egy darabot vissza kell gombolyítanunk beszélgetésünk fonalából.

HIPPOKRATÉSZ: Meddig menjünk vissza?

SZÓKRATÉSZ: Nekem úgy tűnik, hogy vissza kell térnünk arra a pontra, ahol megállapítottuk, hogy a matematikus nem a juhokat vagy a hajókat számolja, hanem a számokkal magukkal foglalkozik. Mármost gondold meg jól: mindaz, amit a matematikusok a számokról megállapítanak, azokat önmagukban és minden kézzelfogható dologtól elvonatkoztatva vizsgálva, nem érvényes-e az a juhok számát illetően is? Ha például a matematikusok megállapítják, hogy a 17 törzsszám, nem jelenti-e ez azt is, hogy 17 élő juhot nem lehet több ember között úgy elosztani, hogy mindegyik ugyanannyi juhot kapjon, csak úgy, hogy 17 ember mindegyike egy-egy juhot kap?

HIPPOKRATÉSZ: De igen.

SZÓKRATÉSZ: Tehát amit a matematikus a számokról megállapít, az a valóban létező dolgokra is érvényes?

HIPPOKRATÉSZ: Így van.

SZÓKRATÉSZ: Vizsgáljuk meg, hogy a geometriával nem ugyanez-e a helyzet? Az építész, amikor egy épület alapját tűzi ki, nem a matematikusok által felfedezett geometriai tételekre támaszkodik? Például, amikor derékszöget jelöl ki, nem Püthagorasz híres tételéből indul ki?

HIPPOKRATÉSZ: Bizony, azt teszi.

SZÓKRATÉSZ: Hát a földmérő nem a geometriából indul ki?

HIPPOKRATÉSZ: Dehogynem.

SZÓKRATÉSZ: Hát a hajóács, vagy a tetőfedő mester?

HIPPOKRATÉSZ: Nem kevésbé.

SZÓKRATÉSZ: Hát a fazekas, amikor korsót készít, vagy az a hajós, aki kiszámítja, hogy mennyi búza fér el a hajófenéken, nem veszi használt a matematikának?

HIPPOKRATÉSZ: Dehogynem, bár én azt hiszem, hogy mindezeknek a mesterembereknek annyi matematika is elég, amennyit már az egyiptomi írnokok is tudtak. Azoknak az új felfedezéseknek, amelyekről nekem Theaitetosz olyan túláradó lelkesedéssel beszélt, a mesteremberek akkor sem vennék sok hasznát, ha megértenék őket, de nem hiszem, hogy bármelyikük akárcsak hallott volna is róluk.

SZÓKRATÉSZ: Igazat mondasz, Hippokratészem, de még sincs igazad. Eljöhét még annak az ideje is, amikor mindennek a gyakorlati emberek is hasznát veszik. Ami ma még csak lehetőség, abból előbb-utóbb valóság lehet.

HIPPOKRATÉSZ: Engem a jelen érdekel.

SZÓKRATÉSZ: Nem vagy következetes, Hippokratészem, mert ha matematikus akarsz lenni, ez azt jelenti, hogy a jövőnek dolgozol.

HIPPOKRATÉSZ: Hogy érted ezt?

SZÓKRATÉSZ: Emlékezz csak vissza arra, amikor a matematikust a felfedező hajóssal hasonlítottuk össze. Mondd csak, mi szokott történni, amikor egy hajós felfedez egy ismeretlen, lakatlan szigetet?

HIPPOKRATÉSZ: Amikor a hajós visszatér, elmondja sok embernek, hogy hol van a sziget, és alkalmas-e arra, hogy ott emberek éljenek: van-e rajta édesvízű forrás, és milyen gyümölcsök teremnek rajta. Előbb vagy utóbb mindig akadnak vállalkozó szellemű emberek, akik neki-vágnak a tengernek, hogy megtelepedjenek az újonnan felfedezett szigeten. Van úgy, hogy az első telepeseket elpusztítja a tenger vagy a vadállatok, vagy kalózkodók rabságába esnek. Az is

előfordul, hogy az új telepések között viszály üti fel a fejét, és egymást ölik meg. De előbb vagy utóbb, ha a sziget lakható, benépesül és város épül rajta.

SZÓKRATÉSZ: Jól mondd, barátom, úgy látom, járatos vagy az ilyen dolgokban. És mondd csak: nem úgy van az, hogy mennél könnyebben megközelíthető a sziget, mennél jobb kikötővel rendelkezik, annál hamarabb népesül be?

HIPPOKRATÉSZ: Bizony, így van.

SZÓKRATÉSZ: Hát a távolabbi és jó kikötővel nem rendelkező szigetekre, ha megterem rajtuk a gabona meg a szőlő, előbb-utóbb nem kerül sor?

HIPPOKRATÉSZ: Habár lassabban, de előbb-utóbb ezek is benépesülnek.

SZÓKRATÉSZ: No látod, hát akkor miért gondolod, hogy a matematikus felfedezéseinek más sorsa volna?

HIPPOKRATÉSZ: Ha így nézzük a dolgot, úgy tűnik, hogy igazad van.

SZÓKRATÉSZ: De hagyjuk most a jövőt, ha akarod, és felelj a kérdésekre: mi lehet az oka annak, hogy az a tudás, ami a matematika világra vonatkozik - amely, mint mondtad, különbözik attól a világtól, melyben élünk -, hasznunkra válik a mi világunk dolgaiban, annak ellenére, hogy a matematika csupa olyan dologgal foglalkozik, ami se nem látható, se nem tapintható, amit csak gondolkodásunkkal közelíthetünk meg? Nem tartod ezt csodálatos és meglepő dolognak?

HIPPOKRATÉSZ: De igen, sőt, ha így teszed fel a kérdést, a dolog egyenesen érthetetlen előttem.

SZÓKRATÉSZ: Úgy érzem, hogy ha alaposan megvizsgáljuk, nemcsak hogy érthetővé válik, hanem választ is ad éppen arra a kérdésre, amire te választ keresel.

HIPPOKRATÉSZ: Szókratészem, ne beszélj rejtélyekben, mint Püthia, hanem ha rájöttél valamire, mondd meg úgy, hogy meg is értsem.

SZÓKRATÉSZ: Mindjárt érteni fogod, csak előbb válaszolj néhány kérdésekre. Mondd csak, ha valaki bejár sok távoli országot, sokat lát és tapasztal, és hazatérve bölcs tanácsokat tud adni városa lakóinak, ezt te csodálatosnak tartod?

HIPPOKRATÉSZ: Én nem, de azt hiszem, senki sem.

SZÓKRATÉSZ: Akkor sem, ha azokban az országokban, ahol az utazó járt, más nép lakik, amely más nyelvet beszél és más isteneknek áldoz?

HIPPOKRATÉSZ: Semmiképpen, hiszen sok minden közös a különböző nyelvet beszélő emberekben is.

SZÓKRATÉSZ: Most gondold meg újra jól: ha kiderülne, hogy a matematika világa és az a világ, amelyben élünk, sok tekintetben hasonlít egymásra, habár egy és másban különbözik, akkor is csodálkoznál, hogy a matematikának a mindennapi életben hasznát lehet venni?

HIPPOKRATÉSZ: Ez esetben nem csodálkoznék. De hát mennyiben hasonlít egymásra a matematika világa és az a világ, amelyben élünk?

SZÓKRATÉSZ: Mondd csak: látod azt a sziklát ott a patak túlsó partján, ahol a patak kiszélesedik és tavat képez?

HIPPOKRATÉSZ: Hogyne látnám.

SZÓKRATÉSZ: És látod a tükörcépét a víz sima tükrében?

HIPPOKRATÉSZ: Látom.

SZÓKRATÉSZ: Akkor mondd el, miben különböznek és miben hasonlítanak?

HIPPOKRATÉSZ: A szikla kemény és szilárd tárgy, amelyet a nap átforrósított. Ha megtapintánám, érdes volna. A tükörkép tulajdonképpen nem is tapintható, ha oda nyúlnék a vízbe, ahol a tükörképet látom, csak a hús vizet tapintánám. Ha jól meggondolom a dolgot, a tükörkép nem is létezik: csupán látszat, semmi más.

SZÓKRATÉSZ: Eddig csak arról beszéltél, amiben a kettő különbözik. Most arról mondj valamit, hogy miben hasonlítanak egymásra.

HIPPOKRATÉSZ: A tükörkép a maga módján hű képe a sziklának. A szikla minden kiszögellése, bemélyedése látszik a tükörképben is. Vannak egyes részletek, amelyek elvesznek, de a szikla körvonalait a tükörképen is megtaláljuk.

SZÓKRATÉSZ: Ha jól megfigyeled a tükörképet, anélkül hogy magát a sziklát megnéznéd, meg tudnád állapítani például, hogy hogyan mászhatnál fel a sziklára?

HIPPOKRATÉSZ: Kétségtelenül. Azt akarod ezzel mondani, hogy a matematika világa nem más, mint annak a világnak a tükörképe, amelyben élünk?

SZÓKRATÉSZ: Nem én mondom ezt, hanem te magad.

HIPPOKRATÉSZ: De hogyan lehetséges ez?

SZÓKRATÉSZ: Gondolj csak arra, hogy a matematika elvont fogalmai hogyan jöttek létre. Azt mondtuk, hogy amikor a matematikus a számokkal foglalkozik, nem a juhok vagy a hajók számára gondol, hanem a számokra általában, elvonatkoztatva attól, hogy milyen dolgok számáról van szó. De képes erre az elvonatkoztatásra az, aki még nem számolt meg kézzel fogható, létező dolgokat? Amikor a gyereket számolni tanítják, először kavicsok vagy pálcikák megszámlálására tanítják őket. Csak ha már a gyerek meg tud számolni kavicsokat és pálcákat, akkor képes eljutni odáig, hogy megértse, nemcsak két kavics és három kavics az öt kavics, hanem, hogy két valami és három valami az mindig öt valami, vagyis hogy kettő meg három az öt. Nem más a helyzet a geometriai formákkal sem. A gömb fogalmához is csak úgy juthat el a gyerek, hogy először labdákat és más gömbölyű testeket ismer meg, és ezekből a tapasztalataiból szűri le a gömb elvont fogalmát. És nemcsak a gyermekeknél van ez így, hanem így alakultak ki a múltban a matematika összes alapvető fogalmai: lassan és fokozatosan. Hiszen ma is vannak a barbárok között olyan népek, amelyek csak háromig vagy négyig tudnak számolni, de azt is csak az ujjakon, és még szavaik sincsenek a nagyobb számokra. A matematika elvont fogalmai tehát a létező világ megismeréséből alakultak ki, és így nemcsak, hogy nem csodálatos, hanem egészen természetes, hogy magukon viselik eredetük bélyegét, úgy, ahogy a gyermekek hasonlítanak szülőikre. És amint a gyermek, amikor felnő, szüleinek támaszává lesz, úgy a matematika bármely ága is, ha kifejlődik, a létező világ megismerésének hasznos eszközévé válik.

HIPPOKRATÉSZ: De mondd csak, Szókratészem, hogyan lehetséges az, hogy a matematikának a nem létező, de örökké változatlan fogalmakra vonatkozó igazságai felhasználhatók a létező és folyton változó világ megismerésében?

SZÓKRATÉSZ: Jól kérdezel, Hippokratészem, ez valóban nem egyszerű kérdés, de talán egy hasonlat segítségünkre lesz. Ugye, a hajósok és az utazók jól tudnak tájékozódni térkép alapján, feltéve, hogy az a térkép jól van megrajzolva?

HIPPOKRATÉSZ: Magam is tapasztaltam ezt.



SZÓKRATÉSZ: Nem gondolod, hogy a matematikával és a létezővel is ez a helyzet?

HIPPOKRATÉSZ: Kinyitottad a szememet, Szókratészem, hiszen nincs is ennél magától értetődőbb dolog. Matematikával foglalkozni tehát nem más, mint a világot, amelyben élünk, gondolkodásunk tükrében szemlélni és tanulmányozni: a matematika a való világról készített térkép. Most már mindent értek.

SZÓKRATÉSZ: Irigyellek, Hippokratészem, mert énelőttem bizony még egy lényeges kérdés nem világos. De talán te segítségemre tudsz lenni.

HIPPOKRATÉSZ: Boldogan megtenném, már csak azért is, hogy megháláljam neked, hogy annyi mindenre rávezettél. De attól félek, te csak gúnyolsz engem; úgy látszik, még nem jártunk egészen a dolog végére. Ne szégyeníts hát meg azzal, hogy tőlem kérsz segítséget, hanem mondd meg nyíltan, hogy mi kerülte el a figyelmemet.

SZÓKRATÉSZ: Hippokratészem, az ilyen nehéz kérdések vizsgálatánál az a legfontosabb, hogy egy percre se veszítsük szem elől a célt, amelyre törekszünk. Nem arra a kérdésre akarsz-e választ kapni, hogy van-e értelme a matematika világát kutatni, és ha van, miben áll ez? Én úgy érzem, hogy erre a kérdésre még nem adtunk teljes választ.

HIPPOKRATÉSZ: És úgy érzem, hogy nagyon is megnyugtató választ kaptam. Miután odáig eljutottunk, hogy a matematika világában meg fogom találni azt a biztos tudást, amire vágytam, már csak az a kérdés maradt nyitva, hogy ennek a tudásnak van-e valami más haszna is, mint hogy tudásvágyamat kielégíti és nekem örömet okoz. Most pedig eljutottunk odáig, hogy valóban van ennek más haszna is, hiszen megvan a lehetősége, hogy annak a megismerésnek, amit a matematika világában szerzek, az emberek akár most rögtön, akár pedig a közeli vagy távoli jövőben hasznát vehessék, hiszen a matematika világa nem más, mint a mi világunk tükörképe gondolkodásunk tükrében, és így a tükörképben felismert igazságok elősegíthetik a létező dolgok világának megismerését. Nekem ez teljesen elegendő.

SZÓKRATÉSZ: Ha én mégis azt mondom, hogy ez a válasz nem teljes, nem azért teszem, hogy összezavarjalak, hanem azért, mert tudom, hogy előbb-utóbb te is rájössz erre, és szemrehányást tennél nekem. Azt mondanád: „Szókratészem, te, aki nálam tapasztaltabb vagy a kérdések feltevésében és a dolgok minden oldalról való megvilágításában, miért hagyta, hogy abba a tévedésbe essem, hogy tisztán látom hogy mi is a matematika, amikor éppen a leglényegesebb kérdésre még nem találtunk feleletet?” Ezért azt mondom, még egy rövid ideig legyél türellemmel, és válaszolj néhány kérdésemre.

HIPPOKRATÉSZ: Kérdezz, Szókratészem, és én, ha képes vagyok rá, válaszolni fogok.

SZÓKRATÉSZ: Hát akkor mondd meg nekem először: mi értelme van a tükörképet vizsgálni, ha magát a tárgyat is megnézhetjük?

HIPPOKRATÉSZ: Hát ez valóban nekem is eszembe juthatott volna! Gonosz varázsló vagy te, Szókratészem; néhány szóval össze tudod dönteni azt, amit oly sok fáradsággal építettünk. Kérdésedre azt kellene, hogy válaszoljam, hogy nincs értelme a tükörképet vizsgálni, ha az eredetit is megnézhetjük. De úgy érzem, ez a válasz csak a hasonlat gyengéjére mutat rá. Ha a matematikáról beszélünk, akkor kell, hogy legyen valami kiút ebből a csapdából.

SZÓKRATÉSZ: Ha van, azt meg is fogjuk találni, csak ne legyél türelmetlen. Abban persze egyetértek, hogy itt a hasonlat tévútra vezet; a hasonlat olyan, mint az íj: nem szabad túlfeszíteni, mert elpattan.

HIPPOKRATÉSZ: Hát akkor próbáljunk szabadulni a tükörkép-hasonlattól. Nem tudnád megfogalmazni a kérdéset e hasonlat nélkül? Én bizony úgy érzem, még erre sem vagyok képes.

SZÓKRATÉSZ: Pedig kérdezni könnyű: ez az egyetlen mesterség, amelyben úgy érzem, hogy tényleg van némi gyakorlatom. Mit szólnál, ha így tenném fel a kérdést: mi értelme van - ahelyett, hogy a létező dolgokat a maguk teljes valóságában közvetlenül vizsgáljuk - a létező világ dolgairól általános fogalmakat alkotni és azokat eredetüktől elvonatkoztatva kutatni? Lehetséges-e ezen a kerülő úton megtudnunk olyasmit is a létező dolgokról, amit azok közvetlen vizsgálata útján nem tudnánk meg, és ha ez így van, mi ennek az oka? Milyen szempontból lehet előnyösebb a létező dolgok vizsgálatából leszűrt általános fogalmak vizsgálata a létező dolgok közvetlen vizsgálatánál?

HIPPOKRATÉSZ: Erre a kérdésre, azt hiszem, tudok válaszolni. Ezen az úton ugyanis egycsapásra sokféle különböző létező dologról, amelyek valamilyen szempontból hasonlítanak egymásra, egyszerre tudhatunk meg valamit, ahelyett, hogy mindegyiket külön-külön vizsgálnánk meg. Például amikor a számokról valamit megállapítunk, ezzel egy csapásra megtudunk valamit az összes létező dologról, amelyeket valaha is valaki számlálni fog. Amikor a kör egy tulajdonságát megismerjük, ezzel minden kör alakú dologról megtudunk valamit. A matematika elvont fogalmai tehát egyrészt valami olyasmit ragadnak meg, ami sok dologban közös, de ugyanakkor figyelmen kívül hagyják azt, ami ezekben a dolgokban különböző. Ez azonban gyakran előnyös is lehet, ugyanis ha olyasmit hagyunk figyelmen kívül, ami az adott kérdés szempontjából lényegtelen, ezzel a dolog áttekinthetőbbé és egyszerűbbé válik. Vagy térjünk vissza a térkép-hasonlathoz. A térkép éppen azért teszi lehetővé a tájékozódást, hogy csak a leglényegesebb dolgokat tünteti fel. Emellett a térképen olyan nagy távolságokat is áttekinthetünk egy pillanat alatt, amelyeket csak hónapok vagy évek alatt utazhatnánk be. Ezért nélkülözhetetlen a térkép ahhoz, hogy útitervet csináljunk magunknak és megválasszuk a legcélszerűbb útirányt. Persze, különböző célokra különböző térképekre van szükség. Ha hosszú utazásra készülünk, először olyan térkép kell nekünk, amelyen az egész út rajta van; ha már úton vagyunk, olyan térképre van szükségünk, amely csak azt a vidéket mutatja, ahol járunk, de azt részletesebben. Valahogy így vagyunk a matematikával is, ha a létező világ megismerésére akarjuk felhasználni.

SZÓKRATÉSZ: Jól mondd, Hippokratészem, én nem is tudtam volna ezt ilyen világosan megfogalmazni. De azért próbálkozzunk meg még egy hasonlattal. Mit gondolsz, nem olyasmiről van szó, hogy ha valaki a hegy tetejéről néz le egy városra, sokkal jobb áttekintést nyer arról, mintha a város szűk utcáinak útvesztőjében csatangol?

HIPPOKRATÉSZ: Jól rátapintottál, Szókratészem. De engeddd meg, hogy megtoldjam a hasonlatot; a hadvezér, aki a dombtetőről nézi az ellenséges sereg előrenyomulását, jobban át tudja tekinteni a helyzetet, mint az első vonalban álló katona, aki csak a vele közvetlen szemben állókat látja.

SZÓKRATÉSZ: Túltettél rajtam, Hippokratészem, de én sem akarok lemaradni. Eszembe jut, hogy nemrégiben Arisztophón, Aglaophón fia egy festményét néztem meg, és ő rám szólt: ne állj olyan közel a képhez, Szókratész, mert így csak színfoltokat látsz, de nem látod az egész képet.

HIPPOKRATÉSZ: És igaza is volt, de neked is, amikor nem hagytad, hogy abbahagyjuk a beszélgetést, mielőtt tisztáztuk volna, hogy mit várhatunk a létező világ megismerése szempontjából a matematikától olyat, amit enélkül nem érhetünk el. De most már úgy érzem, ideje, hogy felkerekedjünk, mert a Nap már lemenőben van, s én - nem szégyellem bevallani - alaposan megéheztem és megszomjaztam. De ha még van türelmed, miközben hazafelé sétálunk, szeretnék még valamit kérdezni tőled.

SZÓKRATÉSZ: Jól van, induljunk hát el a város felé, te meg kérdezzél, amit csak akarsz.

HIPPOKRATÉSZ: Halld tehát, Szókratészem: beszélgetésünk engem teljesen meggyőzött arról, hogy jó úton járok, amikor a matematikát választom tanulmányaim tárgyául, sőt, hogy ennél jobbat nem is tehetnék. Nagyon hálás vagyok neked azért, hogy rávezettél annak megértésére, hogy valójában mi is a matematika. Csak egyet nem értek: ha te ilyen jól meg tudtál engem győzni arról, hogy jól teszem, ha matematikával foglalkozom, és sokkal jobban meg tudad értetni velem a matematika lényegét, mint Theaitetosz, aki pedig nemcsak, hogy Theodórosz legjobb tanítványa, de azt hiszem, mesterén is túl fog tenni, hogyan lehetséges az, hogy te magad - legalábbis, amennyire én látom - nem foglalkozol matematikával? Pedig abból ítélve, ahogy nekem megmagyaráztad azt, hogy mi is a matematika, úgy képzelném, hogy e téren te mindenkinél többre vinnéd. Beszélgetésünk meggyőzött arról, hogy a matematikát válasszam tanulmányaim tárgyául, de hadd tegyem hozzá, arról is meggyőzött, hogy te volnál a legjobb mester számomra, feltéve, hogy vállalkoznál erre.

SZÓKRATÉSZ: Nem, Hippokratészem, ezt én nem vállalhatom, mert ez nem az én kenyérem. Ehhez Theodórosz nálam jobban ért, jobb mestert keresve sem találhatsz. De ha már feltetted nekem ezt a kérdést, hogy miért nem foglalkozom matematikával, válaszolok neked erre is. Nem titkoltam el eddig sem előtted, hogy a matematikát milyen sokra becsülöm. Azt hiszem, mi, hellének semmilyen más téren nem alkottunk olyan nagyot, mint a matematikában, pedig ez még csak a kezdet, és ha nem irtjuk ki egymást teljesen esztelen háborúkban és viszályokban, akkor még nagyszerűbb dolgokat fogunk a matematikában létrehozni; mint feltalálók és mint felfedezők egyaránt. Azt kérdezed, hogy miért nem csatlakoztam mégis azokhoz, akik a matematika művelésére fordítják minden tehetségüket. Hát, ha jól megnézzük, tulajdonképpen én is ezt teszem, csak másképpen, mint a többiek. Egy belső hang - ha tetszik, nevezd lelkiismeretnek -, amelynek szavára hallgatok, azt kérdezte tőlem még kora ifjúságomban: „Minek köszönhetik a matematikusok nagy eredményeiket?” Semmi másnak - feleltem neki -, mint annak, hogy a gondolkodás tisztaságát illetően olyan magas követelményeket állítottak maguk elé, mint senki azelőtt, hogy megalkuvás nélkül törekedtek az igazságra, és következetesen tartották magukat ahhoz, hogy csak a világos és minden kétértelműségtől mentes fogalmakban való gondolkodás vezethet valódi eredményre. Azt mondta erre nekem ez a hang: „Miért hiszed, Szókratész, hogy ez a módszer, amellyel a matematikusok a számokat és formákat vizsgálják, csak erre használható? Miért nem próbálsz az embereket rábírn, hogy ugyanolyan igényesek legyenek gondolkodásmódjukkal szemben, bármiről is gondolkodnak, a mindennapi életben, meg a közéletben, mint a matematikusok a maguk területén?” Én meg is próbáltam ezt, *megmutattam az embereknek* - emlékezhetsz rá te is, hogy a Protagorsszal folytatott beszélgetés során is ezt tettem -, *hogy azok, akik bölcsnek tartják magukat, milyen tudatlanok és mennyire ingatag alapon áll minden érvelésük, hiszen olyan fogalmakból indulnak ki, amelyeket* - ellentétben a matematikusokkal - *nem tisztáztak egyértelműen.* Ezzel azonban csak annyit értem el, hogy mindenkit magamra haragítottam. Mindenki számára, aki tunyán megelégszik a homályos fogalmakkal és lusta a gondolkodásra - és sajnos, ezek sokan vannak -, én vagyok az élő szemrehányás. Márpedig az emberek nem szeretik azt, aki állandóan azokra a hibáikra figyelmezteti vagy akár csak emlékezteti őket, amelyeken nem tudnak vagy nem akarnak változtatni. Egy szép napon összefognak ellenem és elpusztítanak, de addig is folytatom tovább, amit elkezdtem. Te azonban menj Theodóroszhoz!

## DIALÓGUS A MATEMATIKA ALKALMAZÁSÁIRÓL

ARKHIMÉDÉSZ: Felség! Ily késői órában! Ez aztán a meglepetés! Minek köszönhetem, hogy Hierón király megtisztel engem látogatásával szerény otthonomban?

HIERÓN: Kedves barátom, Arkhimédész, ma este a palotámban vacsorát adtam, hogy megünnepeljük kicsiny városunk, Szirakuza győzelmét a hatalmas Róma felett. Te is meg voltál híva, de helyed üresen maradt. Miért maradtál távol éppen te, akinek mai győzelmünket köszönhetjük? A te hatalmas réztükreid gyűjtöttak fel tízet a rómaiak hús nagy hadihajója közül; égő fáklyaként száguldottak ki a kikötőből a délnyugati szélben, de mind elsüllyedtek, mielőtt a szabad tengerre kiértek volna. Nem akartam anélkül lefeküdni, hogy ne mondjak mégegyszer köszönetet neked azért, hogy megszabadítottad városunkat az ellenségtől.

ARKHIMÉDÉSZ: Még visszajöhetnek, és a szárazföldön még mindig körül vagyunk zárva.

HIERÓN: Erről majd később beszélünk. Hadd adjak előbb át neked egy ajándékot, a legszebbet, amit adni képes vagyok.

ARKHIMÉDÉSZ: Ez valóban csodálatos mestermű!

HIERÓN: Ez a tál szintiszta aranyból van: megvizsgálhatod a módszereddel is, nem fogsz benne egy szemernyi ezüstöt sem találni.

ARKHIMÉDÉSZ: Ha nem tévedek, a domborművek Odüsszeusz kalandjait ábrázolják. A középen látom a gyanútlan trójaiakat, amint várukba vonszolják a hatalmas falovat. Én gyakran tűnődtem azon, vajon használtak-e a trójaiak ehhez csigát? A falónak persze kerekei voltak, viszont a várba vezető út meredek kellett, hogy legyen...

HIERÓN: Drága barátom, felejtsd el egy pillanatra a csigáidat! Emlékezhetsz, hogy mennyire csodálatos, amikor háromszoros csigáddal egyes-egyedül vízrebocsátottad a súlyosan megterhelte hajót, amit Ptolemaiosz királynak akartam küldeni. Most azonban vess inkább egy pillantást a tálon ábrázolt többi jelenetre is!

ARKHIMÉDÉSZ: Látom a Küklopszot, meg Kirkét, amint Odüsszeusz társait disznókká változtatja, itt meg a szirének koncertjét, amit Odüsszeusz az árbochoz kötözve hallgat; ha ránézek, szinte hallom az elbűvölő dalt! És itt van Odüsszeusz az alvilágban, amint Akhilleusz árnyával találkozik, ott meg, amint a bájos Nauszikaát és szolgáit megijeszti, és végül persze itt látható a jelenet, amikor Odüsszeusz öreg koldusnak álcázva megfeszíti íját, és leszámol a kérőkkel - valóban bámulatos műalkotás. Köszönöm, királyom, nagylelkűségedet: ez igazán királyhoz méltó ajándék!

HIERÓN: Valóban, ez kincseskamráim legjobb darabja, de te megérdemelted. Egyébként nemcsak szépsége és értéke miatt választottam éppen ezt a darabot, hanem még egy okból. Amit te ma Szirakuzáért tettél, az csak Odüsszeusz furfangjával hasonlítható össze: mindkettő az ész diadala a yers erő felett.

ARKHIMÉDÉSZ: Pirulásra készíted egy öreg embert, királyom. De hadd figyelmeztesselek ismét arra, hogy a háborúnak még nincsen vége. Akarod hallani a véleményemet?

HIERÓN: Mint királyod, parancsolom, mint barátod és rokonod, kérem, hogy mondd el őszintén, amit gondolsz.

ARKHIMÉDÉSZ: Ez az a pillanat, amikor békét kell kötnöd a rómaiakkal; most jobb pozícióból tudunk alkudni velük, mint bármikor a háború kezdete óta. Ha Marcellus nem küldi el a követét hozzád éjfélig, akkor te küldj hozzá követet még hajnalhasadás előtt, és köss békét, mielőtt a Nap újból lemegy. Marcellus alig várja, hogy visszavonhassa csapatait, amelyek a várost körülzárva tartják, mert szüksége van rájuk Hannibál ellen. Ha létrejön holnap a meg-egyezés, akkor a Rómába küldendő jelentésében azzal a szomorú hírral együtt, hogy flottája fele elveszett, egy diplomáciai sikerről is beszámolhat. Ha viszont elterjed Rómában a mai csata híre, a rómaiak annyira el lesznek telve bosszúvágygal, hogy a teljes győzelemnél kevesebb nem lehet dühüket lecsillapítani. Arról fognak szónokolni a fórumon, hogy „le kell mosni a gyalázatot”. Jellemző barbár gondolat, mintha a megtörténtekeket meg nem törtéنتé lehetne tenni!

HIERÓN: Tökéletesen igazad van. A mai győzelmünkről még évezredek múlva is beszélni fognak, még ha előbb-utóbb mindannyiunkat kardélre hánynak is. Egyébként a helyzet-elemzésed teljesen helyes. Marcellus már üzent is nekem, és felajánlotta a békét és csapatai visszavonását, bizonyos feltételek mellett. Ha azonban tudnád, hogy mik ezek a feltételek, kevésbé hevesen unszólnál a békekötésre.

ARKHIMÉDÉSZ: Mit kíván Marcellus?

HIERÓN: Mindenekelőtt tíz új hajót azért a tízért, amit ma elsüllyesztettünk; ezen felül, hogy leromboljuk összes erődeinket, kivéve egyet, amelyben egy római helyőrség állomásozna; természetesen rengeteg aranyat és ezüstöt követel, és hogy üzenjünk hadat Karthagónak; végül pedig túszként kéri fiamat, Gelónt, Heléné lányomat és téged. Megígéri azonban, hogy a városban senkinek a haja szála sem fog meggörbülni, amíg betartjuk a szerződést.

ARKHIMÉDÉSZ: Valószínűleg egy és mást ebből le lehet alkudni. Természetesen az én kiadatá-somhoz ragaszkodni fog.

HIERÓN: Hogy tudsz erről ilyen higgadtan beszélni? Az Olümposz összes isteneire, amíg én élek, nem adom gyermekeimet az ellenség kezébe - és téged sem adlak ki! Az aranyat és ezüstöt nem bánom, azt megkaphatja. De ami leginkább aggaszt a békefeltételekben, az, hogy ha mi teljesítjük azokat, teljesen ki leszünk nekik szolgáltatva. Mi a biztosíték arra, hogy ő betartja a szerződést?

ARKHIMÉDÉSZ: Őrizkedj attól, hogy ezt a kérdést felvessed. A rómaiak nagyon érzékenyek a becsületükre - legalábbis a tárgyalások alatt. De azt talán el tudod kerülni, hogy a gyerme-keidet oda kelljen adni.

HIERÓN: És mi lesz veled? Kész volnál feláldozni magadat a városért?

ARKHIMÉDÉSZ: Ez kérés vagy csupán kérdés?

HIERÓN: Természetesen csak kérdés. Akarod egyébként tudni, hogy mit válaszoltam Marcellusnak?

ARKHIMÉDÉSZ: Hogyan, hát már válaszoltál is?

HIERÓN: Összes feltételeit elfogadom, kivéve azt az egyet, hogy téged túszként odaadjalak. Gyermekeim kiadását azonban csak azzal a feltétellel fogadtam el, hogy Marcellus is elküld nekem kettőt a gyermekei közül túsznak. Ami téged illet, azt üzentem hogy magas korod miatt nem viselnéd el, hogy táborban lakjál. De tudva, hogy ő téged valójában nem túsznak akar, hanem a bölcsességedre van szüksége, megígértem, hogy könyv alakban leírod számára összes találmányaidat, amelyeknek katonai szempontból jelentőségük van.

ARKHIMÉDÉSZ: Erre soha nem leszek hajlandó.

HIERÓN: Miért nem? Ha béke lesz, nekünk nem lesz többé szükségünk a találmányaidra. Magyarázd meg, miért zárkózol el az elöl, hogy írd róluk.

ARKHIMÉDÉSZ: Ha van türelmed meghallgatni, elmondom az indokaimat.

HIERÓN: Szívesen meghallgatlak, úgysem akarok lefeküdni, amíg Marcellus válasza meg nem érkezik.

ARKHIMÉDÉSZ: Akkor ráérünk, mert Marcellusnak időre lesz szüksége ahhoz, hogy a válaszát megfogalmazza. Úgy fog hangzani, mint az ostorcsapás.

HIERÓN: Azt hiszed, hogy megszakítja a tárgyalásokat?

ARKHIMÉDÉSZ: Ez nem is vitás. Te becsületében sértetted őt meg, ezt soha nem fogja megbocsátani, a megegyezés ezek után lehetetlen. Én mindig csodáltam a te diplomáciai művészetet és különösen pszichológiai érzékedet, amellyel ellenfeleid legtitkosabb gondolatait kitaláltad. De ez egyszer nem gyakoroltad ezt a tehetségedet!

HIERÓN: Attól félek, hogy igazad van: az volt a baj, hogy túl részeg voltam, nem is annyira a bortól, mint a győzelemtől. De hagyjuk ezt, hiszen ami megtörtént, azon nem tudok már változtatni. Halljuk inkább az indokaidat.

ARKHIMÉDÉSZ: Bár a kérdés most már teljesen elméletivé vált, ha kívánod, hát halljad álláspontomat. Te az én hadigépeimet a trójai falóval hasonlítottad össze. A hasonlat szerintem is találó, de egészen más értelemben, mint ahogy te gondold. Odüsszeusz arra használta a fálokat, hogy magát és társait becsempéssze Trója várába. Én arra használtam hadigépeimet, hogy velük becsempésszek a görög világ közvéleményébe egy gondolatot: azt, hogy a matematikát - és pedig nemcsak annak elemeit, hanem magasabb fejezeteit is - sikerrel lehet alkalmazni a gyakorlatban. Bevallom, csak hosszú habozás után szántam el magam erre, mert gyűlölöm a háborút és a vérontást. De a háború itt volt a nyakunkon úgyis, és ez volt az egyetlen út, hogy megértessem magam. Én próbáltam más módon megértetni magam az emberekkel, de sikertelenül. Hadd emlékeztesselek, hogy néhány éve feltaláltam egy szivattyút, amellyel ki lehetne szívni a vizet a bányáidból, hogy az emberek ne legyenek kénytelenek derékig vízben dolgozni. Ám téged nem érdekelt a dolog. A bányafelügyelő azt mondta nekem, őt nem érdekli, hogy a rabszolgák lába vizes lesz-e, - nincsenek cukorból, mondta. Emlékszel arra, amikor felajánlottam, hogy építsek egy gépet a szántóföldjeid öntözésére? Azt válaszoltad, hogy a rabszolgamunka olcsóbb. Amikor azt javasoltam Ptolemaiosz királynak, hogy malmait gőzzel hajtsuk, emlékszel, mit válaszolt? Azt, hogy azok a malmok, amelyek jók voltak az apjának és a nagyapjának, neki is jók lesznek. Soroljak fel még további példákat is? Volt még egy fél tucat. Az a törekvésem, hogy megmutassam a világnak, hogyan lehet a matematikát békés célokra felhasználni, nem talált visszhangra. De amikor a háború kitört, egyszerre mindenkinek eszébe jutottak a csigáim, fogaskerekeim és emelőim. Békeidőben mindenki úgy tekintette a találmányaimat, mint játékokat, amelyek nem méltók egy felnőtt emberhez, még kevésbé egy filozófushoz. Még te, aki pedig mindig támogattál engem, és segítettél megvalósítani az ötleteimet, te sem vetted őket egészen komolyan. Gépeimmel dicsekedtél vendégeidnek, hogy szórakoztasd őket, de ez volt minden. Hanem amikor kitört a háború, és a római hajóhad vesztegzár alá vette a kikötőt, én egy alkalommal elejtettem egy megjegyzést, hogy el lehetne a római hajókat kergetni úgy, ha hajtógéppel nagy köveket hajítanánk a hajókra. Két kézzel kaptatok az ötleten! Én nem vonhattam vissza szavamat, meg kellett valósítanom az ötletet. A siker felülmúlta várakozásomat. Miután egyszer elindultam ezen az úton, nem volt többé megállás. Természetesen jólesett nekem, hogy többé nem nevetik ki találmányaimat, és hogy végre alkalmam nyílt megmutatni a világnak, mire képes a matematika. De érzéseim kezdettől fogva nagyon vegyesek voltak. Hiszen én nem így akartam meg-

mutatni a matematika „hasznosságát”. Láttam, amint gépeim embereket öltek, és ez büntudattal töltött el. Lelkiismeretfurdalásoktól kínoztva, szent esküdt tettem Athénának, hogy hadigépeim titkát soha senkinek nem árulom el, azokról soha egy árva szót nem írok le. Próbáltam azzal megnyugtatni lelkiismeretemet, hogy azt mondtam magamnak: annak a híre, hogy Arkhimédész a matematika segítségével kergette el a rómaiakat Szirakuza alól, el fog jutni a görögül beszélő világ minden sarkába, és erre emlékezni fognak akkor is, amikor a háborúnak már régen vége van, és hadigépeim titka velem együtt a sírba szállt.

HIERÓN: Valóban, hadigépeid híre máris elterjedt az egész görög világban. Egyre-másra kapom az olyan leveleket királyoktól, akik barátaim, amelyekben találmányaidról faggatnak.

ARKHIMÉDÉSZ: És te mit válaszolsz nekik?

HIERÓN: Azt szoktam válaszolni, hogy e kérdések szigorúan titkosnak minősülnek mindaddig, amíg a háború tart.

ARKHIMÉDÉSZ: Titkaimat sikerült még azok elől is megőriznem, akik végrehajtották elgondolásaimat. Minden ember csak egy-egy kis részletről tud. Örülök, hogy te sohasem faggattál engem, mert még neked is megtagadtam volna a választ.

HIERÓN: Eddig valóban nem faggattalak, de most kérdezni akarok tőled egyet és mást. De ne félj, nem a titkaidat óhajtom elveszíteni, hanem csak néhány általános kérdést kívánok feltenni a találmányaid elvi alapjaira vonatkozóan.

ARKHIMÉDÉSZ: Ha a válaszadás nem jelenti esküm megszegését, felelni fogok kérdéseidre.

HIERÓN: Mielőtt a matematika alkalmazásairól kérdeznék, először valami egészen mást akarok kérdezni. Miért volt annyira fontos számodra, hogy a matematika alkalmazhatóságára vonatkozó gondolataid köztudomásra jussanak?

ARKHIMÉDÉSZ: Lehet, hogy naiv voltam, de azt hittem, hogy meg tudom változtatni a történelem menetét. Aggódtam a mi görög világunkért. Azt gondoltam, hogy ha széles körben alkalmazni fogjuk a matematikát - ami végeredményben görög találmány, és én azt hiszem, a görög szellem legjellemzőbb és legnagyobb vívmánya -, talán még meg tudjuk menteni a mi görög életformánkat. De most már látom, hogy ezzel elkéstünk. A rómaiak nemcsak Szirakuzát, hanem a többi görög várost is el fogják foglalni; a mi időnk lejárt.

HIERÓN: Szerintem a mi görög kultúránk ez esetben sem megy veszendőbe, mert a rómaiak át fogják venni. Hiszen látod, hogyan próbálnak minket mindenben utánozni; lemásolják szobrainkat, lefordítják irodalmunkat, és mint látod, Marcellust már a te matematikád is érdekli.

ARKHIMÉDÉSZ: A rómaiak sohasem fogják a matematikát igazán megérteni. Túlságosan is gyakorlati gondolkozásúak, az elvont gondolatokhoz nincsen érzékük.

HIERÓN: Annál jobban érdekli őket a matematika gyakorlati alkalmazása.

ARKHIMÉDÉSZ: Az elvont matematikát és annak gyakorlati alkalmazásait nem lehet elválasztani. Aki elutasítja az elvont matematikát, az eltorlaszolja maga előtt az utat a matematika alkalmazásaihoz is. Aki a matematikát sikerrel akarja alkalmazni a gyakorlatban, annak álmok álmodójának kell lennie.

HIERÓN: Paradoxonokban beszélsz. Én eddig azt hittem, hogy a matematika alkalmazásához elsősorban jó gyakorlati érzék kell.

ARKHIMÉDÉSZ: Persze, hogy kell az is, a gondolat gyakorlati kiviteléhez. De a gondolat hiányát a gyakorlati érzék nem pótolhatja. Hús nélkül nem lehet húslevest főzni.

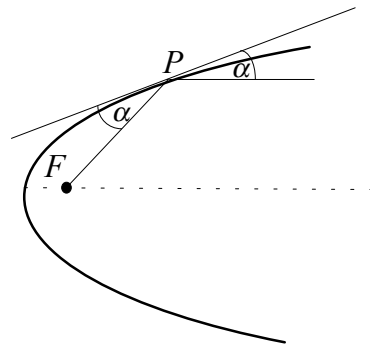
HIERÓN: Ezzel eljutottunk ahhoz a kérdéshez, melyet tulajdonképpen fel akartam tenni neked. Mi tulajdonképpen a te sikereid titka, mi a titka annak az új tudománynak, amit te felfedeztél - nevezzük talán alkalmazott matematikának -, és miben különbözik ez attól a matematikától - nevezzük tiszta matematikának -, amelyet az iskolában tanítanak?

ARKHIMÉDÉSZ: Sajnálom, királyom, hogy válaszómmal csalódást fogok neked okozni; a kettő tulajdonképpen egy és ugyanaz. Nincs két matematika: csak az a matematika létezik, amelyet te is ismersz, és amire fiatalkorodban - amennyire emlékszem, nem is sikertelenül - téged is tanítottak, és ezt lehet alkalmazni. Alkalmazott matematika abban az értelemben, ahogyan te gondolod - tehát mint a tulajdonképpeni matematikától különálló és különböző önálló tudomány - nem létezik. Az én „titkom” azért képes rejtve maradni, mert tulajdonképpen nem is titok; úgy van elrejtve, mint egy arany érme, mely az utca porában hever. Bárki megtalálhatja, aki lehajol érte, de aki titkos rejtékhelyek után kutat, az sohasem fogja megtalálni.

HIERÓN: Tehát te azt mondd, hogy csodálatos hadigépeid azon a közönséges matematikán alapszanak, amelyet minden művelt ember ismer?

ARKHIMÉDÉSZ: Úgy látom, kezdesz megérteni.

HIERÓN: Mondj egy kézzelfogható példát.



ARKHIMÉDÉSZ: Vegyük például tükreimet, melyek ma olyan jó szolgálatot tettek. Amit tettem, az egyszerűen abban állt, hogy eszembe jutott a parabola egy jól ismert tulajdonsága, az, hogy ha a parabola bármely  $P$  pontját összekötjük  $F$  fókuszával, továbbá párhuzamosot húzunk a  $P$  pontból a parabola tengelyével, az így kapott két egyenes ugyanazt az  $\alpha$  szöveget zárja be a parabola  $P$  pontbeli érintőjével. Ez más szavakkal azt jelenti, hogy a parabolikus tükör a párhuzamosan érkező napsugarakat úgy veri vissza, hogy azok mind egy ponton mennek át, és így az  $e$  pontban lévő gyúlékony tárgy a napsugarak hevétől meggyullad. A tételt magát megtalálod nagyrabecsült alexandriai kollégáim könyveiben is.

HIERÓN: Nehéz elhinni, hogy Marcellus hajóhadának felét ez az ártatlanul hangzó geometriai tétel pusztította el, amelyhez hasonló hangzású tétel tucatszám található minden geometriai tankönyvben. Emlékszem rá, hogy e tételt én is tanultam: a bizonyítását persze már teljesen elfelejtettem.

ARKHIMÉDÉSZ: Valószínűleg amikor tanultál róla, a bizonyítását is megértetted, talán még meg is csodáltad ötletességét és eleganciáját, de itt megálltál. A matematikusok közül egyesek ennél tovább mentek: megvizsgálták a tétel tisztán geometriai következményeit is, vagy esetleg új bizonyítást adtak a tételre, de itt ők is megálltak. Én csak egyetlen egy szerény lépéssel mentem tovább: elgondolkoztam azon, hogy mire lehetne felhasználni ezt a tételt.

HIERÓN: Én eddig azt hittem, hogy valami új optikai törvényt fedeztél fel.



ARKHIMÉDÉSZ: Az optika sem más tulajdonképpen, mint a geometria egy fejezete, illetve a geometriai tételek felhasználása a fénysugarak útjának vizsgálatára. Egyébként az optikából semmi mást nem használtam fel, mint a visszaverődés törvényét, ami már egy ideje ismeretes.

HIERÓN: Azt mondd tehát, hogy a matematika gyakorlati alkalmazásához nincs szükség új matematikai felfedezésekre, csak arra, hogy az ember az adott gyakorlati helyzethez megkeresse a matematika jól ismert tételei közül a legmegfelelőbbet, és azt, hogy úgy mondjam, hozzáillessze?

ARKHIMÉDÉSZ: Nem, királyom, a dolog távolról sem ilyen egyszerű. Gyakran előfordul, hogy a tétel, amelyre szükség volna, nem ismeretes, és azt az embernek magának kell felfedeznie és bebizonyítania. De még ha nem is ez a helyzet, akkor sem olyan egyszerű a dolog: megtalálni egy gyakorlati helyzet matematikai megfelelőjét, ahogy te nevezed - én inkább matematikai modellnek nevezném -; ez egészen más dolog, mint egy kesztyűhöz megkeresni a párját. Először is ugyanazon gyakorlati helyzethez számtalan sok matematikai modell található, és az embernek ezek közül kell kiválasztania a legalkalmasabbat: azt, amelyik lehetőleg jól illeszkedik hozzá a gyakorlati helyzethez (bár sohasem illeszkedhet hozzá tökéletesen), és ugyanakkor nem túl bonyolult, úgyhogy matematikailag még éppen kezelhető. Pontos illeszkedés és egyszerűség persze ellentmondó követelmények, és e két követelmény egyensúlyba hozása általában igen bonyolult és kényes feladat. Arról van szó, hogy a valóságot jól kell megközelíteni minden olyan szempontból, ami a cél érdekében fontos, de ugyanakkor minden olyan vonatkozás, ami a pillanatnyi cél szempontjából mellékes, figyelmen kívül hagyható. Nem cél arra törekedni, hogy a matematikai modell minden tekintetben hasonló legyen a valósághoz - ez egyébként nem is lehetséges. Elegendő, ha a modell híven írja le a valóságot minden olyan vonatkozásban, ami az adott feladatot illetően jelentőséggel bír. Ez a magyarázata egyébként annak is, hogy ugyanaz a matematikai modell egész különböző valóságos helyzetek leírására használható fel. Például a parabola tulajdonságait felhasználtam a katapulták építésénél is, mivel az eldobott kő közelítőleg parabola alakú pályán repül. A parabola tulajdonságait felhasználtam akkor is, amikor kiszámítottam, hogy milyen mélyre merül egy hajó a tengerben különböző terhelések mellett. Persze, egy hajó keresztmetszete nem pontosan parabola alakú, de egy ennél pontosabb modell már matematikailag túl bonyolult és ezáltal használhatatlan lett volna. Az eredmények így is jó egyezést mutattak a tényekkel. Elsősorban azt sikerült kiderítenem, hogy milyen feltételek mellett fog a hajó újból felegyenesedni, ha a szél és a hullámok megdöntik: ez azon múlik, hogy a hajó súlypontja mindig a lehető legmélyebb helyzetet igyekszik elfoglalni. Általában egy bonyolult gyakorlati helyzet vizsgálatánál gyakran még olyan matematikai modell is nagyon hasznos lehet, amely legalább minőségileg helyes eredményeket ad, mert ezek néha még fontosabbak, mint a számszerű eredmények. Tapasztalataim arra tanítottak, hogy a megfelelő matematikai modell keresése gyakran vezet a vizsgált jelenségek mélyebb megértéséhez azáltal, hogy rákényszerít minket, hogy az összes lehetőséget logikusan végiggondoljuk, a használt fogalmakat világosan definiáljuk, az összes tényezőt számba vegyük, és megtaláljuk ezek közül azokat, amelyek döntőek. Ha a matematikai modell, amit választottunk, olyan eredményekre vezet, amelyek nincsenek összhangban a tényekkel, ez azt jelenti, hogy a modell felállításakor elhanyagoltunk valami fontos körülményt. Ilyenkor persze a modellt módosítani kell, az elhanyagolt körülmény számbavételével. Ilyen módon tehát gyakran egy modell azáltal hasznos, hogy kiderül róla, hogy nem megfelelő, és ez segít hozzá a szóban forgó jelenség mélyebb megértéséhez.

HIERÓN: Úgy látom, a matematika alkalmazása hasonlít a hadviseléshez, ahol gyakran egy vereség értékesebb, mint egy győzelem, mert segít annak felismerésében, hogyan kell fegyverzetünket vagy stratégiánkat megváltoztatni.

ARKHIMÉDÉSZ: Úgy látom, megértetted a kérdés lényegét.

HIERÓN: Mondj még valamit a tükreidről.

ARKHIMÉDÉSZ: Az alapötletet már elmondtam. Persze, miután rájöttem, hogy a parabola említett tulajdonságát kell felhasználni, még egy sor gyakorlati problémát kellett megoldani, elsősorban azt, hogyan lehet konkáv forgási paraboloid alakú fémtükröt csiszolni, de erről a kérdéstről nem szeretnék többet mondani. Természetesen a megfelelő ötvözetet is meg kellett találni, de engedd meg, hogy erről se beszéljek.

HIERÓN: Jól van, már mondtam, hogy nem akarom a titkaidat ellesni. Annyi azonban látszik abból is, amit mondtál, hogy a parabola említett tulajdonsága mellett a fémek tulajdonságainak és megmunkálásának alapos ismeretére is szükséged volt. Ez, úgy látom, azt mutatja, hogy ha valaki a matematikát alkalmazni akarja, ehhez egyáltalán nem elégséges, ha csak a matematikához ért. Nem olyan helyzetben van-e az, aki a matematikát alkalmazni kívánja, mint aki két lovat akar egyidejűleg megülni?

ARKHIMÉDÉSZ: Csak egy árnyalatnyit módosítanám a hasonlatodat. Aki a matematikát alkalmazni akarja, hasonló helyzetben van, mint aki két lovat akar a kocsija elé befogni. Ez nem is olyan nehéz dolog: persze, ismerni kell a lovakat és a kocsit, de azért ez olyan feladat, amellyel bármelyik kocsisod meg tud birkózni.

HIERÓN: Most már végképp összezavartál. Amikor a matematika alkalmazása éppen rejtélyesnek tűnik nekem, mindig megmagyarázod, hogy valójában egészen egyszerű dolog; de alighogy kezdem elhinni, hogy a dolog valóban egészen kézenfekvő, mindig rámutatsz, hogy tulajdonképpen sokkal bonyolultabb, mint hiszem.

ARKHIMÉDÉSZ: Elvileg a dolog valóban nyilvánvaló és egyszerű, de a részletek többnyire tényleg meglehetősen bonyolultak.

HIERÓN: Még nem látom, mit is értesz tulajdonképpen matematikai modellen.

ARKHIMÉDÉSZ: Emlékszel arra a szerkezetre, melyet néhány évvel ezelőtt készítettem a Nap, a Hold és az öt bolygó mozgásának leírására? Ennek segítségével meg lehetett például mutatni, hogyan jön létre napfogyatkozás.

HIERÓN: Persze hogy emlékszem, hiszen ma is ott áll a palotámban, és minden vendégemnek meg szoktam mutatni; tátott szájjal szokták bámulni. Ez a szerkezet a világmindenség matematikai modellje?

ARKHIMÉDÉSZ: Nem, én ezt fizikai modellnek nevezném. A matematikai modellek láthatatlanok, csak a mi gondolatainkban léteznek és képletekkel fejezhetők ki. A világegyetem matematikai modellje az, ami a valódi világegyetemben és az én fizikai modellemben közös. A fizikai modellben minden egyes bolygónak egy golyó felel meg, amelyek közül a legkisebb akkora, mint egy narancs. A matematikai modellben a bolygóknak kiterjedés nélküli pontok felelnek meg.

HIERÓN: Kezdem már érteni, mit nevezel matematikai modellnek. De térjünk vissza a lovakra vonatkozó hasonlathoz. Más dolog, ha valaki lovak megnyergeléséhez és kocsi elé fogásához ért, és más dolog, ha valaki a lótenyésztéshez ért. Nem így áll-e a dolog a matematikával is: egészen más dolog, ha valaki a matematika alkalmazásához ért, mint ha ahhoz ért, hogy a matematikát fejlessze: mindig új tételeket fedezzen fel és bizonyítson be?

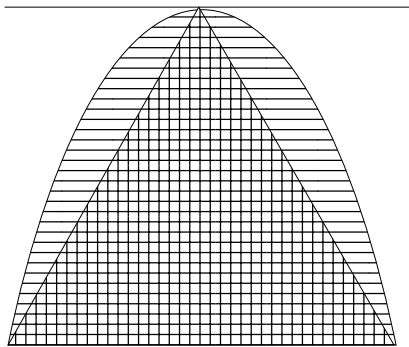
ARKHIMÉDÉSZ: Ami a lovakat illeti, nagyjából igazad van, bár még ezzel kapcsolatban is elmondható, hogy az, aki egy lovat felnevelt, azt gyakran jobban ismeri, és így jobban tud rajta lovagolni, mint bárki más. Ami mármost a matematikát illeti, az a helyzet, hogy ahhoz, hogy

valaki azt eredményesen alkalmazni tudja, igen alaposan és mélyrehatóan kell ismernie. Ahhoz pedig, hogy valaki a matematika alkalmazása terén ne csak megismételje azt, amit már többé-kevésbé hasonló körülmények között mások megcsináltak, hanem a matematikát alkotó módon alkalmazza olyan célokra, melyekre előtte mások még nem használták, ahhoz neki magának alkotó matematikusnak kell lennie. Megfordítva: az alkalmazásokkal való foglalkozás az elméleti matematikai kutatásnak is ösztönzést adhat és iránymutathat.

HIERÓN: Hogyan lehetséges ez? Mondj erre egy példát.

ARKHIMÉDÉSZ: Talán emlékszel, hogy egy időben nagyon érdekelt a mechanika egy problémája, a testek súlypontjának megkeresése. Azok az eredményeim, melyeket a súlypontra vonatkozóan mechanikai megfontolásokkal találtam, nemcsak eredeti céljaim megvalósítását - például a hajók felegyenesedésének megértését - tették lehetővé, hanem abban is segítségemre voltak, hogy új geometriai tételeket fedezzek fel. *Egy sajátos módszert dolgoztam ki, amely abban áll, hogy geometriai problémákat a súlypontra vonatkozó mechanikai megfontolások segítségével vizsgáljak. Sok tételt először ezzel a módszerrel fedeztem fel; később azután - mivel e módszer nem alkalmas szigorú bizonyításra - e tételeket bebizonyítottam a geometria hagyományos precíz módszereivel. Azonban sokkal könnyebb egy tételre szabatos bizonyítást találni akkor, ha előzőleg a mechanikai analógiák módszerével a kérdésben bizonyos tájékozódást szerzett az ember, és így több-kevesebb bizonyossággal tudja, hogy mit kell bebizonyítani, mint ha enélkül, vaktában vág neki a problémának.*

HIERÓN: Mondj legalább egy tételt, amelyet ezen furcsa módon fedeztél fel.



ARKHIMÉDÉSZ: *Egy parabolaszélet területe négyharmada azon háromszög területének, amelynek alapja és magassága megegyezik a parabolaszéletével; erre a tételre mechanikai megfontolásokkal jutottam, azután később bebizonyítottam a geometria szokásos szabatos módszereivel.*

HIERÓN: Miután mechanikai megfontolásokon át felfedezted a tételt, miért volt egyáltalán szükség arra, hogy a geometria hagyományos módszereivel is bebizonyítsad?

ARKHIMÉDÉSZ: Eleinte, amikor a módszeremet felfedeztem, a módszer segítségével kapott eredmények között volt néhány olyan is, amely később tévesnek bizonyult. Miután gondosan elemeztem azokat az eseteket, amelyekben a módszerem tévútra vezetett, ma már ott tartok, hogy módszerem mindig helyes eredményre vezet. De bebizonyítani ma sem tudom, hogy minden eredmény, amit ezen az úton kapok, tényleg helyes; lehet, hogy idővel meg fogom tudni ezt mutatni, vagy más bizonyítja be, de amíg ez nem történt meg, nem bízom a módszerben fenntartás nélkül, hanem minden eredményt ellenőrzök azáltal, hogy bebizonyítom a szokásos, vitathatatlanul helyes módszerekkel is.

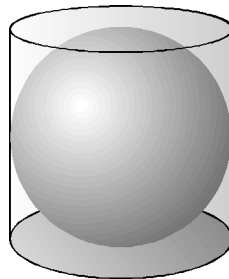
HIERÓN: Ezt értem, de ami az alkalmazásokat illeti, nem látom, hogy a szabatos bizonyításokra tulajdonképpen miért van szükség. Hiszen, amint az előbb mondtad, a matematikai modell

úgyis csak közelítése a valóságnak. Ha nagyjából helyes képleteket használunk, az eredmény akkor is nagyjából egyezni fog a valósággal, és pontosan úgysem egyezhet vele sohasem, amint az előbb magad hangsúlyoztad.

ARKHIMÉDÉSZ: Tévedsz, királyom. Éppen azért, mivel a matematikai modell a valóságnak csak közelítése, és soha nem írja le a tényeket teljes pontossággal, ezért kell gondosan ügyelnünk, hogy ezt az eltérést a modell és a valóság között ne növeljük még feleslegesen a matematika gondatlan és pontatlan kezelésével; a matematika alkalmazása során éppen úgy kell ügyelnünk a matematikai szabatoságra, mint a tisztán matematikai vizsgálatokban. Egyébként, ami a közelítéseket illeti, helytelen az a széles körben elterjedt nézet, hogy közelítések használata a matematikai szabatoságtól való eltérést jelent. A közelítéseknek is megvan a szabatos elmélete, és közelítésekre, egyenlőtlenségekre vonatkozó állításokat éppen olyan szigorral kell bizonyítani, mint például az egyenlőségekre vonatkozó állításokat. Talán emlékszel azokra a közelítésekre, amelyeket néhány éve az egységnyi sugarú kör területére adtam: ezek bizonyítása szabatoság tekintetében nem különbözik Euklidész tételeitől.

HIERÓN: Milyen egyéb új eredményeket fedeztél fel mechanikai módszereddel?

ARKHIMÉDÉSZ: Ez a módszer vezetett el annak felismeréséhez is, hogy *a gömb térfogata egyenlő a köré írt henger térfogatának kétharmadával.*



HIERÓN: Hallottam, hogy azt mondtad, szeretnéd, hogyha sírköveden ez a tétel lenne feltüntetve. Azt jelenti ez, hogy ezt tekinted legjelentősebb eredményednek?

ARKHIMÉDÉSZ: Ez az eredmény valóban különösen kedves nekem, de mégis úgy érzem, hogy maga a módszer, amit felfedeztem, jelentősebb, mint bármelyik konkrét eredmény, amit segítségével találtam. Mint mondtam, a módszeremmel viszont nem vagyok még teljesen elégedve, mert nem sikerült kimutatnom, hogy az mindig helyes eredményre vezet. Emlékszel, hogy egyszer, amikor az emelőről beszélgettünk, azt mondtam neked: *adj nekem egy szilárd pontot, amin megállhatok, és kimozdítom sarkából a Földet?* Persze, ilyen szilárd pont a világban nem létezik. A matematikában azonban van ilyen szilárd pont, tudniillik az axiómák és a logika alkotják azt. Ezért mondom azt, hogy a szabatos bizonyítások és a szigorú logika nélkülözhetetlenek a matematika alkalmazása során is. A matematikát alkalmazni a valóságra annyit jelent, mint kimozdítani a világot a sarkából a matematika szilárd pontjára támaszkodva.

HIERÓN: Te mindig a matematika alkalmazásairól beszélsz, de az összes példák, amiket említettél, a geometria alkalmazásaira vonatkoztak. Ami a geometria alkalmazásait illeti, azt hiszem, már értem, hogy ezek hogyan lehetségesek. Egy gép működése nyilván részeinek alakjától és méreteitől függ; egy kő pályája, amelyet katapultáddal kilősz, egy görbe - amint mondtad, közelítőleg parabola -; e példákban látom, hogy a geometria és a valóság között hogyan lehet kapcsolatot létesíteni. De mi a helyzet a matematika más ágaival, mondjuk a számelmélettel? Nehezen tudom elképzelni, hogy annak is lehet gyakorlati jelentősége. Ne érts félre, nem az aritmetika elemeire gondolok, amelyeket az ember minden számolás során felhasznál; olyanfajta dolgokra gondolok, mint például az oszthatóság, prímszámok, legkisebb közös többszörös, stb.

ARKHIMÉDÉSZ: Ha két különböző fokszerű fogaskereket összekapcsolsz és forgatni kezded őket, s azt kérdezed, hogy mikor jut a rendszer először vissza kiindulási helyzetébe, a válasz meg sem fogalmazható a legkisebb többszörös fogalma nélkül. Megelégszel ezzel az egyszerű példával, vagy mondjak még továbbiakat?

HIERÓN: Elég lesz ez is.

ARKHIMÉDÉSZ: Egyébként ezzel kapcsolatban elmondom egy tervemet. Nemrégiben levelet kaptam jó barátomtól, a kürénéi Eratoszthenésztől, amelyben beszámol egy egyszerű, de rendkívül ötletes eljárásról, amelyet felfedezett a prímszámok megtalálására, ahogy ő mondja: „kiszítálására”. Módszerén tűnődve, megterveztem egy gépet, amely megvalósítja Eratoszthenész szitáját. Ez a gép közös tengelyre szerelt fogaskerekkel működne: ha a tengelyt egy karral  $n$ -szer forgatod meg, ahol  $n$  egy nem túlságosan nagy szám, és belenézel egy lyukba, akkor azon akkor és csak akkor látsz keresztül, ha az  $n$  szám törzsszám: ellenkező esetben egy fogaskerek foga elárja a fény útját. Így ezzel a géppel el lehetne dönteni azt, hogy egy szám prímszám-e vagy nem.

HIERÓN: Ha a háborúnak vége lesz, ezt a gépet meg kell építened! A vendégeim oda lesznek a bámulattól!

ARKHIMÉDÉSZ: Ha még élünk akkor, meg fogom építeni. Ez azért lesz érdekes, mert ebből látható lesz, hogy gépek képesek matematikai problémák megoldására. Talán ebből megértik a matematikusok, hogy pusztán a saját kutatásaik szempontjából is hasznos és érdemes a gépekkel foglalkozniuk.

HIERÓN: Ez eszembe juttat egy Euklidészre vonatkozó anekdotát, amit nyilván te is ismersz. *Állítólag egyik tanítványa, akit geometriára oktatott, azt kérdezte Euklidésztől: Mi hasznom lesz abból, ha ezeket a dolgokat megtanulom? Erre Euklidész odahívta a szolgáját, és azt mondta neki: „adj ennek az embernek egy obulust, mert ő hasznot akar húzni abból, amit tanul”.* Úgy látom, e történet azt mutatja, hogy Euklidész úgy gondolta, nem méltó egy matematikushoz, hogy azon törje a fejét, milyen gyakorlati haszon származhat a tudásból, amit a matematikában szerez.

ARKHIMÉDÉSZ: Az anekdotát persze én is hallottam, de te, azt hiszem, meg fogsz lepődni, ha megmondom, hogy én teljes mértékben együttérzek Euklidésszel; az adott helyzetben én is valami hasonlót mondtam volna.

HIERÓN: Most megint összezavartál. Eddig oly lelkesedéssel beszéltél a matematika gyakorlati alkalmazásairól, és most egyszerre azokkal értesz egyet, akik úgy gondolják, hogy az egyetlen haszon, amire egy tudósnek törekednie kell, amikor a matematikával foglalkozik, a tudás öröme.

ARKHIMÉDÉSZ: Azt hiszem, te ugyanúgy félreérted az Euklidészről szóló anekdotát, mint a legtöbb ember. Nem arról van szó, mintha őt nem érdekelte volna a matematika eredményeinek gyakorlati hasznossága, és az ezekkel való foglalkozást tudóshoz méltatlannak tekintette volna: ez ostobaság. Euklidész, amint nyilván te is tudod, írt egy könyvet a csillagászatról, egy másikat az optikáról, és ő a szerzője a Katoptrika című munkának is, amelyet tükreim építésénél felhasználtam. A mechanikával is sokat foglalkozott. Én úgy értelmezem a történetet, hogy Euklidész azt a figyelemre méltó tapasztalati tényt kívánta hangsúlyozni, hogy a matematikába csak azok képesek igazán mélyre hatolni, akik nemcsak a hasznossága miatt, hanem önmagáért érdeklődnek iránta. A matematika olyan, mint a te Heléné lányod, aki minden kérésére gyanakszik, hogy az valójában nem is őt szereti, hanem csak azért udvarol neki, mert a király veje akar lenni. Ő olyan férjet akar, aki önmagáért, szépségéért, bájáért és sziporkázó szellemeért szereti őt, és nem azért a vagyonért és hatalomért, amit a királylány feleségül vételével

szerezhet. Hasonlóképpen a matematika csak azoknak enged bepillantást titkaiba, akik szépségéért lelkesedve, tiszta tudásvágygal közelednek hozzá. Ha valaki minden apró lépés előtt azt kérdezi? „Mi hasznom származik abból, ha ezen átrágom magam?”, nem fog messzire jutni a matematikában. Az előbb mondtam neked, hogy a rómaiak sohasem fogják sokra vinni a matematikában. Most már megérted, hogy ezt mire alapozom: a gyakorlatiasság túlságosan szűk szemellenzőjével közelednek hozzá.

HIERÓN: Szerintem egyet és mást tanulhatnánk a rómaiaktól gyakorlatiasságban, akkor eredményesebben tudnánk ellenük küzdeni.

ARKHIMÉDÉSZ: Nem értek ezzel egyet. Ha úgy próbálunk győzni, hogy már eleve feladjuk azokat az eszméket, amelyeket mi képviselünk, és az ellenségeinket utánozzuk, akkor elvesztettük a harcot, még mielőtt csatára kerül a sor. Még ha ilyen módon győzni tudnánk is, annak sem lenne semmi értéke; az ilyen győzelem rosszabb, mint egy vereség.

HIERÓN: Hagyjuk a háborút, és térjünk inkább vissza a matematikára. Tulajdonképpen hogyan állítasz fel egy matematikai modellt?

ARKHIMÉDÉSZ: Nehéz erre általánosságban válaszolni. Talán egy hasonlat segíteni fog: egy gyakorlati helyzet matematikai modellje nem más, mint annak árnyéka az agy vásznán.

HIERÓN: Úgy látom, a te filozófiád Platónénak a szöges ellentéte. Ő azt mondta, hogy a valóságos tárgyak az ideák árnyai, te meg, ha jól értem, azt mondd, hogy a gondolatok a valóságos tárgyak árnyai.

ARKHIMÉDÉSZ: A két felfogás egyáltalában nem áll olyan távol egymástól, mint első pillantásra tűnik. Platón a matematikai fogalmak és a valóság kapcsolata izgatta és úgy érezte, a filozófia legfőbb feladata ennek a rejtélyes kapcsolatnak a felderítése. Eddig teljesen egyetérték velem. Valóban nem értek egyet azzal a válasszal, amit ő e kérdésre adott, de annyit el kell ismerni, hogy ő világosan felvetette ezt a fontos kérdést, és igyekezett kidolgozni a logikailag lehetséges válaszok egyikét. De azt hiszem, a filozófiától vissza kell térnünk a szürke valósághoz, mert úgy hallom, valaki kopogtat az ajtón; megyek és ajtót nyitok.

HIERÓN: Majd inkább én nyitok ajtót, azt hiszem, a követem jött meg Marcellus válaszával... Jól sejtettem, itt van a kezemben Marcellus válasza.

ARKHIMÉDÉSZ: Mit ír?

HIERÓN: Olvasd el magad.

ARKHIMÉDÉSZ: „Marcellus üdvözetét küldi Hierón királynak és értesíti, hogy Szirakuzát még az újhald megjelenése előtt el fogja foglalni. Ez meg fogja győzni Hierón királyt arról, hogy egy római mindig megtartja adott szavát.”

HIERÓN: Mit szölsz ehhez?

ARKHIMÉDÉSZ: Görög stílusa nem is rossz. Ami a tartalmat illeti, pontosan az, amit vártam.

HIERÓN: Valóban, sejtésed annyira helyesnek bizonyult, mintha azt is a módszereddel találtad volna.

ARKHIMÉDÉSZ: Most legalább tudjuk, hogy mi vár ránk.

HIERÓN: Én most megyek, mert ki kell aludnom magam. Holnap fel kell készülnünk az új támadásra. Köszönöm ezt az érdekes beszélgetést.

ARKHIMÉDÉSZ: Utóbbi időben ritkán volt alkalmam arra, hogy matematikáról beszélgessek; nagyon jól esett, hogy erre alkalmat adtál. És köszönöm még egyszer a gyönyörű tálat.

HIERÓN: Örülök, hogy tetszik. Jó éjszakát, barátom, azt hiszem, neked is jót fog tenni az alvás.

ARKHIMÉDÉSZ: Jó éjszakát, királyom. Én még nem fekszem le, mert be akarok fejezni egy levelet barátomhoz, a pelusiumi Dositheushoz, legújabb eredményeimről. Most, hogy a római hajóhad elvonult, holnap nyilván indulnak ki hajók a kikötőből, de lehet, hogy holnaputánra a rómaiak újból ostromzár alá vesznek. Ki akarom használni ezt az alkalmat, hiszen lehet, hogy ez az utolsó.

## A TERMÉSZET KÖNYVÉNEK NYELVE

TORRICELLI: Engedje meg, asszonyom, hogy bemutatkozzam. Evangelista Torricelli vagyok, Castelli apát tanítványa, és így, mint matematikus, tulajdonképpen Galilei unokája.

NICCOLININÉ: Szóval, maga az a fiatalember, aki azt a lelkes hangú levelet írta, melyben önmagát kopernikánusnak és galileistának nevezi?

TORRICELLI: Sokan vagyunk fiatalok, akik így gondolkozunk. Castelli apáttól hallottam arról az új munkáról, melybe a mester belekezdett, és ezzel kapcsolatban szeretnék vele beszélni.

NICCOLININÉ: Nem tudja, hogy Galilei a szent törvényszék foglya? Csak a firenzei nagyherceg nyomatékos kérésére engedték meg, hogy a szokástól eltérően itt lakjék férjemnek, a nagyherceg követének házában, házi őrizetben; férjemnek azonban ígéretet kellett tennie, hogy nem enged hozzá látogatókat.

TORRICELLI: Nem látott senki, amikor bejöttem. Látogatásom titokban maradhatna.

NICCOLININÉ: Hát nem bánom, ez egyszer; de csak azért, mert - azt hiszem - az öregúrnak jól fog esni, hogy olyannal beszélgethet, aki érti az ő gondolatait. Más hallgatóság hiányában nekem szokott magyarázni készülő munkájáról, de én bizony nem mindenben tudom őt követni. Ma egyébként is jó hangulatban van, mert hetek óta először az elmúlt éjszaka jól aludt. Jöjjön hát; ha valaki meglátná, azt fogjuk mondani, hogy rokonom és hozzám jött.

TORRICELLI: Köszönöm, asszonyom, nagyon megtisztel ezzel.

NICCOLININÉ: Erre tessék. Galilei úr, vendéget hoztam, akinek örülni fog: Evangelista Torricelli.

GALILEI: De még mennyire örülök. Szép, hogy nem félt eljönni egy eretnekgyanus vénemberhez.

TORRICELLI: Én és barátaim az ön dialógusát a két nagy világrendszerrel a bibliánknak tekintjük. Castelli apáttól hallottam, hogy most új munkán dolgozik, amely túl fogja szárnyalni mindazt, amit eddig a mechanikáról írtak. Azért jöttem, hogy erről halljak valamit.

GALILEI: Már régóta tervezem e munka megírását. Néhány hónappal ezelőtt végre hozzájutottam, hogy elkezdjem, de félbe kellett szakítanom, mert idecitáltak Rómába, az inkvizíció elé. Amióta itt vagyok, még ahhoz sem jutottam hozzá, hogy egy sort leírjak. Pedig semmire nem vágyom úgy, mint hogy befejezzem ezt a munkát, amelyben összefoglalom mindazt, amit a mozgásról tudok. Eddigi munkáimon mindenesetre messze túl fog menni. De nagyon félek, hogy nem fogom tudni befejezni. Még ha győztesen kerülnék is ki ebből a harcból, amelybe belekényszerítettek, ez pürroszi győzelem volna, ha nem maradna már erőm a tervezett munka befejezésére.

TORRICELLI: Nagyon szeretnék hallani valamit arról, hogy mi lesz ebben a műben.

GALILEI: A görög matematikusok bámulatos eredményeket értek el a matematikában, és egyesek közülük - mint például Arkhimédész - ezeket az eredményeket fényes sikerrel alkalmazták különböző gyakorlati kérdésekre; azonban a mozgás matematikai leírásától a görögök visszariadtak, és azóta sem végezte el senki. Munkámban - ha valaha elkészül - leglényegesebb a mozgás matematikai leírása lesz.

TORRICELLI: Valóban érthetetlen, hogy a görögök ezt meg sem kísérelték. Mi lehet ennek az oka?



GALILEI: A görög filozófusok sokat vitatkoztak a mozgásról: gondoljunk például Zénón paradoxonjaira Akhilleuszról, a teknősbékáról, meg a nyílvevőről, melyekkel azt akarta kimutatni, hogy a mozgás lehetetlen. Természetesen Zénón ugyanúgy jól tudta, hogy a természetben minden állandó mozgásban van, mint Hérakleitosz. Zénón valójában azt akarta mondani, hogy a mozgás fogalma logikailag ellentmondásos, és ezért a mozgás matematikai módszerrel nem tárgyalható. Arisztotelész vitába szállt Zénónnal, és megpróbálta cáfolni paradoxonjait, amit minden gyerek tud, hogy tudniillik mozgás van. Zénón paradoxonjainak valódi cáfolata az, ha valaki megmutatja, hogy a mozgás igenis leírható matematikailag. Ezt Arisztotelész meg sem kísérelte. Az én munkám lesz - ha elkészül - Zénón paradoxonjainak első igazi cáfolata. Arisztotelész tulajdonképpen ugyanazt mondta más indoklással, mint Zénón, amikor azt állította, hogy a mozgás tárgyalása nem is lehet a matematika feladata. Szerinte a természettudomány az önállóan létező, de változó dolgokkal foglalkozik, a matematika pedig a nem-önállóan létező, de változhatatlan dolgokkal, míg a nem-önállóan létező és változó dolgok - köztük például a mozgás - nem tartozhatnak semmilyen tudomány tárgykörébe. Ez az arisztotelészi vétó közel kétezer éven át elriasztotta a matematikusokat és a filozófusokat a mozgás matematikai tárgyalásától. Arisztotelésznek ez a hamis tanítása azért is káros volt, mert mesterséges válaszfalat emelt a matematika és a természettudományok közé, amelyet csak kevesen mertek áthágni.

TORRICELLI: Alig várom, hogy e munkát olvashassam. Szégyen és gyalázat, hogy a mestert mindenféle nevetséges vádakkal zaklatják, és megakadályozzák abban, hogy dolgozzék ezen a munkán, amely pedig új korszakot nyitna a tudományban. De engedjen meg egy kérdést: miért jött tulajdonképpen Rómába, ahelyett, hogy ezen a munkán dolgozna valahol, ahol nem háborgathatják?

GALILEI: Mit tehettem, ha az inkvizíció megidézett?

TORRICELLI: Megszökhetett volna valahová, ahová az inkvizíció keze nem ér el.

GALILEI: *Amikor Rómába jöttem, még bíztam abban: sikerül meggyőzőnöm az egyházat arról, hogy a Föld mozgásának a kérdése nem hitkérdés, hanem ténykérdés, amelynek eldöntését át kell, hogy engedjék a tudománynak. Úgy éreztem, kötelességem nemcsak a tudománnyal, hanem az egyházzal szemben is, hogy megmagyarázzam: ha az egyház a ptolemaioszi rendszer mellett foglal állást, abba a helyzetbe kerül, mint aki süllyedő hajóra száll. Dialógusommal is ezt próbáltam megmutatni, és úgy gondoltam, ha alkalmam nyílik személyesen elmondani az érveimet, sikerül elérnem, hogy az egyház megváltoztatja álláspontját a kopernikuszi tanítással szemben. Biztos voltam abban, hogy sikerül meggyőzőnöm a pápát, akit régebben, amikor még csak Maffeo Barberini bíboros volt, barátomnak tudtam, aki velem szemben annyi jelét adta megbecsülésének és elismerésének - talán hallotta, hogy egyszer még verset is írt hozzám -, s akit mindig úgy ismertem, mint a tudományok barátját, aki azzal kezdte pápai működését, hogy a szerencsétlen Campanellát kiszabadította a börtönből. Azt hittem, hogy ha alkalmam van vele beszélni, meg tudom őt győzni arról, hogy az egyház érdeke is azt kívánja hogy a Föld forgásának kérdésében szabad kezet engedjen a kutatásnak. De ebben a várakozásomban súlyosan csalódtam: a pápa hallani sem akar rólam. Ellenségeim elhitették vele, hogy dialógusomban az együgyű Simplicio személyében tulajdonképpen őt akartam nevetségessé tenni, és most a régi barátság gyűlöletté és bosszúvágygá változott. Talán igaza van, fiam, hogy nem lett volna szabad Rómába jönnöm, de most már késő ezen bánkódni.*

TORRICELLI: Én azt hiszem, még most sem késő. Beszélhetek nyíltan?

GALILEI: Niccolininé asszony előtt nincsenek titkaim; nála igazabb barátom nincs. Azt, hogy a dialógusom egyáltalán megjelenhetett, ő eszközölte ki nagybátyjánál, páter Riccardinál. Most, hogy itt lakom, úgy bánik velem, mint anya a gyermekével, még a széltől is óv, és állandóan azon töri a fejét, hogyan tudna engem megvigasztalni, mivel tudna belém erőt önteni azoknak a megpróbáltatásoknak az elviselésére, amelyeket ősz fejjel el kell szenvednem. Őelőtte nyugodtan beszélhet.

TORRICELLI: Nem így gondoltam: abból, hogy Niccolininé asszony lehetővé tette, hogy önt meglátogassam, megértettem, hogy őbenne megbízhatom. Manapság azonban a falaknak is füleik vannak.

NICCOLININÉ: Ebben a házban nyugodtan beszélhet.

GALILEI: Ezt elhiheti, fiatal barátom. Niccolininé asszony éppen a napokban bocsátotta el egyik szolgáját, mert kiderült, hogy az inkvizíciónak kémkedik, de hogy engem ne nyugtalanítson, nekem egy szót sem szólt az üggyről. Így volt, Caterina?

NICCOLININÉ: Hát ha úgy is kitalálta, akkor bevallom. A többi emberemben megbízom; mind firenzeiek és kipróbált emberek. Szóval, beszélhet nyugodtan - amit mond, hármunk titka marad.

TORRICELLI: Én és barátaim, akik galileistáknak nevezzük magunkat, már mindent előkészítettünk a mester megszöktetésére. Először Velencébe vinnénk, ott egy időre biztonságban lenne az inkvizíció elől, mert a köztársaság semmi körülmények között sem adná ki. De ha jobbnak látja, onnan hajóval elmehetne, mondjuk Hollandiába, ahol azután teljesen zavartalanul dolgozhatna, és az új művét is kinyomtathatná. Minden részletet átgondoltunk, csak a mesternek kellene kimondania az igent, és akkor rögtön az időpontban is megállapodhatnánk.

GALILEI: Házigazdáim kezességét vállaltak értem, szökésemmel őket hoznám bajba. Minden egyébtől eltekintve, már csak ezért sem tehetem meg.

TORRICELLI: Erre is gondoltunk. Úgy gondoltuk, hogy legközelebb, amikor kihallgatásra átszállítják a Szent Hivatalba, útközben, az utcáról szöktetnénk meg, tehát az inkvizíció kezéből ragadnánk ki, ezért Niccolini követ úrnak senki nem tehetne szemrehányást. Van néhány megbízható emberünk, akik könnyűszerrel elbánnának az örökkel.

GALILEI: Nem is tudom elmondani, milyen jól esik nekem, hogy maguk, fiatalok, meg akarnak szabadítani. De bármilyen szép is a terv, már csak azért is kivihetetlen, mert nem viselném el az utazás fáradalmait. Talán hallotta, hogy súlyos betegségen estem át, és még ma sem vagyok egészséges.

TORRICELLI: Erre is gondoltunk, és az utazást úgy készítettük elő, hogy az a lehető legkevésbé legyen fárasztó. Egyik barátom, aki orvos, az ön kísérői között lenne, és vigyázna egészségére. Az útiterv pontosan ki van dolgozva. Rómától Velencéig minden napra gondoskodtunk megfelelő szállásról, megbízható embereknél. Elismerem, hogy útközben nem tudnánk olyan kényelemeiről gondoskodni, mint amit ez a ház nyújtani tud. De gondoljon arra, hogy bármikor átszállíthatják a Szent Hivatal börtönébe. Azt hiszem, ha választani kell egy becsületes kecskepásztor kunyhója és a börtön között, nem lesz nehéz a választás.

GALILEI: Azt hiszem, fiatal ember, minden jó szándéka ellenére sem tudja beleképzelni magát egy öreg ember helyzetébe. De hagyjuk ezt a kérdést. Tegyük fel, hogy kibírnám az utazás viszontagságait. De hát még meg sem kérdezte, hogy egyáltalán akarok-e megszökni?

TORRICELLI: Az előbb azt mondta, hogy belátta, nem volt helyes Rómába jönnie; én ezt úgy értettem, hogy ha alkalma nyílik rá, akkor kész megszökni. Nem így van?

GALILEI: Nem. Úgy érzem, hogy nem hátrálhatok meg, ezt a harcot végig kell harcolnom, még ha az esélyeim sokkal rosszabbak is, mint hittem, amikor Rómába jöttem. Ha elszöknék, ellenségeim diadalmaskodnának, és a tudomány szabadságának végképpen befellegzene Itáliában. Éppen maguk miatt, a fiatal generáció érdekében nem futamodhatom meg.

TORRICELLI: Nem értem, mester. Hiszen az előbb mondta, csalódott abban, hogy számíthat a pápa támogatására. Kiben bízik hát? Tudom, hogy például a jezsuiták között vannak, akik jól tudják, hogy önnek igaza van, de csak nem képzelem, hogy szembe mernek szegülni a pápával? A napokban beszéltem Grienberger atyával, és nyíltan feltettem neki a kérdést, mit gondol az ön dialógusáról.

GALILEI: És mit válaszolt a jó atya?

TORRICELLI: Látszott rajta, hogy egyszerre szeretne hű lenni tudományos lelkiismeretéhez is meg az egyházhoz is. Azt mondta, hogy ő nagyra értékeli az ön kristálytisztá logikáját és páratlan tudását, és - bár úgy érzi: ön néhány, nem elég körültekintéssel fogalmazott mondatával sajnálatos módon ürügyet szolgáltatott ellenségeinek arra, hogy félremagyarázzák írását, és ezáltal ön ellen hangoljanak egyes magasállású személyeket -, ő maga egy percig sem kételkedett az ön tiszta szándékában, és érvelését akkor is rendkívül figyelemreméltónak találja, ha úgy érzi, hogy önt elragadta a lendület, és ha neki magának komoly fenntartásai vannak is.

GALILEI: Hát ez valóban diplomatikus válasz; mindenki azt olvass ki belőle, amit akar. Abban persze igaza van, hogy az ilyen óvatos barátoktól nem sok támogatást várhatok. Mondott még valamit?

TORRICELLI: Igen, valamit, ami esetleg fontos lehet: azt mondta, hogy önt jó katolikusként tartja.

GALILEI: Pater Grienberger persze nagyon jól tudja, hogy itt nem a vallásról van szó. Ne tévessze meg, fiam, hogy ellenségeim a vallás védőinek köntösében lépnek fel ellenem. Igaz, hogy kezdettől fogva ezt a taktikát követték, és most, több évtizedes ügyeskedések után, sikerült is ellenem - és a tudomány ellen - hangolniuk az egyházat, valójában azonban itt egészen másról van szó.

TORRICELLI: Kik hát az ön igazi ellenségei és miért gyűlölik önt?

GALILEI: Valódi ellenségeim? Ostoba és tehetségtelen kollégáim, az Arisztotelészt szajkózó áltudósok, akik nem hajlandók belenézni a távcsövembe, nehogy revidálniuk kelljen hamis tanításaikat. Azért gyűlölnék engem, mert irtóznak a tudomány valódi módszerétől. Szerintem a filozófia célja a természet törvényeinek megismerése, és ez csak gondos megfigyelésekkel, jól átgondolt kísérletekkel és ezek elemzésével érhető el, s ezek a törvények csak a matematika segítségével fejezhetők ki. Ők ezzel szemben filozófián azt értik, hogy Arisztotelész-idézeteket vagdosnak egymás fejébe.

TORRICELLI: Nem tudom megérteni, hogy aki valóban a természetet akarja megismerni, hogyan utasíthatja el a tudományos módszert. Hiszen ami Arisztotelész tanításában helytálló, azt - ha nem is ő, de előtte más görög tudósok - lényegében ugyanezzel a módszerrel érték el.

GALILEI: Így van, és ha Arisztotelész ma élne, ő is a szavain lovagoló áltudósok ellen fordulna. Ne felejtse el azonban, hogy ezek az emberek nem a természetet akarják megismerni, őket nem érdekli maga a tudomány, csak az, hogy a tudós köntösében tetszelegjenek, és ezért jó fizetést húzzanak. Ezért ellenem való áskálódásaik engem egyáltalán nem lepnek meg - már megszoktam, hogy bármit írok vagy mondok is, abba megpróbálnak belekötni. Ezek az emberek jobban szeretnek intrikálni, mint kutatni, és ahhoz jobban is értenek. A baj csak az, hogy intrikáikkal engem is megakadályoznak abban, hogy dolgozzam. Legjobb éveimet arra voltam

kénytelen pazarolni, hogy védekezem gyanúsításaikkal, hazugságaikkal szemben, és most itt állok, mint öreg ember, és az a művem, amit évtizedek óta tervezek, még mindig nincs megírva.

TORRICELLI: Ha elfogadná a tervünket, akkor megírhatná ezt a művet, amelyet mindenki, akit valóban érdekel a tudomány, már régóta vár. Nem értem, miért nem akar megszabadulni ebből a méltatlan helyzetből? Ellenségeitől semmi jót nem várhat, barátai nem képesek semmit tenni érdekében. Miben bízhat hát még?

GALILEI: Én már csak egyben bízom: az igazságban. Gondolja csak meg: tulajdonképpen még azt sem tudják, hogy mivel vádoljanak engem. Dialógusomat, amelynek megírására maga a pápa is biztatott, annak rendje és módja szerint benyújtottam a cenzúrának; alaposan megvizsgálták minden oldalról és kiadását engedélyezték. Engem ezért nem lehet felelősségre vonni. Azt mondják, hogy a cenzor nem járt el kellő körültekintéssel, hogy a mű kiadását nem lett volna szabad engedélyeznie. De hát mi közöm van nekem ehhez, és mit tehetnek emiatt ellenem? Persze, betilthatják a dialógust, ezt igazán nem bánom, hiszen már úgyis kifogyott; ha azt határoznák, hogy dialógusomat el kell égetni, nem tudom, honnan fognak erre a célra előkeríteni egy példányt. Szép volna, ha újra kinyomnák a dialógusomat, hogy legyen mit elégetni! De egyébként azt sem tudják bebizonyítani, hogy a cenzor nem járt el helyesen. *Én szigorúan tartottam magam a Bellarmine bíborostól kapott utasításhoz, hogy a kopernikuszi tanítást nem „hirdethetem”; dialógusomban tárgyilagosan elmondtam mindazokat az érveket, amelyek mellette szólnak, de azokat is, amelyek ellene, illetve a ptolemaioszi rendszer mellett szólnak. Bárki, aki elolvassa dialógusomat, megállapíthatja, hogy a Föld mozdulatlansága mellett szóló érveket sokkal meggyőzőbben adtam elő, mint ostoba ellenségeim közül bármelyik, aki kígyót-békét kiabál Kopernikusz ellen. Hogy ezek az érvek így sem meggyőzőek, arról én nem tehetek: az vesse rám az első követ, aki több érvet tud felhozni a Föld mozdulatlansága mellett, mint amit én a dialógusomban összegyűjtöttem. Az eddigi kihallgatások során nem sikerült elérnem, hogy erről beszélhessek, mindig belém fojtották a szót, és újra meg újra arról kezdtek faggatni, miért nem hívtam fel a cenzor figyelmét arra, hogy a Szent Hivatal 1616-ban már foglalkozott ezzel a kérdéssel. De hát ez nevetséges, ezt a cenzornak jobban kell tudnia, mint nekem. Erre azt válaszolták, hogy közölnöm kellett volna a cenzorral, amit nekem Bellarmine ezzel kapcsolatban tizenhat évvel ezelőtt mondott. De hiszen ő csak ismertette előttem az említett határozatot. Azután azt kérdezték, hogy Bellarmine nekem csak annyit mondott-e, hogy nem hirdethetem a kopernikuszi tanítást, vagy azt is, hogy azt „semmilyen módon” nem tárgyalhatom. Pedig azt, hogy „semmilyen módon”, semmilyen módon sem mondta. Ezzel kapcsolatban van még egy ütőkártyám, amit még nem játszottam ki: *kezemben van Bellarmine egy hozzám intézett levele, amelyben említi beszélgetésünket, és abban is csak annyi áll, hogy nem szabad „hirdetnem” a kopernikuszi tanokat.**

NICCOLININÉ: És ha ellenfelei elővarázsolnak valami írást, amiben ennek az ellenkezője áll, akkor mit fog tenni?

GALILEI: Hogyan gondolja? Ilyen írás nem létezhet.

NICCOLININÉ: Előfordult már a történelemben, hogy hamis dokumentumokat produkáltak.

GALILEI: Ilyen aljasságot még az ellenségeimről sem tételezek fel.

NICCOLININÉ: Ne felejtse el, hogy aki az igazság ellen harcol, nem válogathat az eszközeiben, és egyre mélyebbre merül a hazugság és a rágalom útvesztőjébe. Miért éppen az okirat-hamisítástól riadnának vissza?

GALILEI: Nem, ez lehetetlen. Meggyőződésem, hogy ha Bellermine levelét megmutatom, végképp pontot tehetek erre a kérdésre. Ideje is volna, mert mégiscsak furcsa, hogy állandóan ezekről a formai kérdésekről faggatnak, de arról, hogy valójában mi az igazság, hogy valójában a Föld kering-e a Nap körül, és forog-e a saját tengelye körül, vagy pedig mozdulatlanul áll a világ közepén, még egy szó sem esett. Ha egyszer alkalmat kapok arra, hogy kinyissam a számat, azt hiszem, az egész ügy állását megfordíthatnám!

TORRICELLI: És ha erre alkalma nyílna, mester, mit mondana? Bebizonyítaná nekik, minden kétséget eloszlatva, hogy Kopernikusz tanítása az egyedüli igazság?

GALILEI: Boldogan tenném meg ezt, fiam, ha képes lennék rá, mert meg vagyok győződve arról, hogy ez így van, de sajnos nem tudom minden kétséget kizáró módon bebizonyítani. Bebizonyítani csak annyit tudok, hogy Kopernikusz tanítása összhangban van az összes rendelkezésünkre álló tényekkel, annak semmilyen ismert tény nem mond ellent, a látszólagos ellentmondások mind könnyen megmagyarázhatók. Azt bebizonyítottam, hogy ha a Föld mozog, mi, akik rajta vagyunk és vele együtt mozgunk, ezt nem vehetjük közvetlenül észre, tehát a kopernikuszi elméletet a mindennapos tapasztalásaink nem cáfolják. Ugyanarról van itt szó, mint a Föld gömb alakját illetően. Ezt is nehezen fogadták el az emberek; Dante korában még azt mondták erre, hogy ellentmond a józan észnek, ezzel szemben is a mindennapos tapasztalatra hivatkoztak, azt mondták, hogy ha a Föld gömbölyű volna, a túlsó oldalán az emberek fejfelé lógnának és leesnének. Mennyi zagyaságot összehordtak az antipódákról! Ma már ezt a vitát mindenki elfelejtette, és az emberek megbarátkoztak azzal a gondolattal, hogy a Föld gömbölyű. Mit is tehettek volna mást, amikor látták, hogy a hajók, amelyek kelet felé elhajóznak, egy idő múlva nyugatról érkeznek haza. Most van tizenegy éve, hogy Magalhães „Győzelem” nevű hajója visszaérkezett földközi útról. Ilyen kézzelfogható és látványos bizonyítékot a Föld mozgására ma még nem ismerünk, ezért olyan nehéz a helyzete annak, aki az igazságért küzd. Bebizonyítani csak azt tudom, hogy mindaz, amit Kopernikusz ellen eddig felhoztak, félreértésen vagy tudatlanságon alapszik. *Be tudom bizonyítani, hogy a Nap, a Hold s a bolygók látszólagos mozgása egyszerűbben magyarázható meg a kopernikuszi elmélet alapján, mint a ptolemaioszi rendszerben. A Jupiter holdjai, a Szaturnusz gyűrűje, a Vénusz sarlója és még egy sereg más olyan jelenség, amelyeket felfedeztem, alátámasztani látszik a kopernikuszi elméletet*, de egyik sem bizonyítja azt be. A kihallgatás során elhangzott ellenem az a vád, hogy a dialógusomat azért írtam, hogy azzal bebizonyítsam Kopernikusz igazát. Amikor erre a vádra válaszolva kijelentettem, hogy a dialógust nem ezzel a szándékkal írtam, valóban igazat mondtam. Csak azt hallgattam el, hogy csupán azért nem ezzel a szándékkal írtam meg a dialógust, mert - sajnos - a döntő bizonyíték még nincsen a kezemben.

TORRICELLI: Hát az apály és a dagály kérdése? Nem tartja döntőnek?

GALILEI: Amikor írtam a dialógust, nagyon nagy jelentőséget tulajdonítottam ennek az érvek. Azonban be kell vallanom, hogy most, amikor három év után újraolvastam a saját dialógusomat, éppen ez a rész az, amivel a legkevésbé vagyok megelégedve. Ha újra írnám, ezt a részt elhagynám, vagy másképpen fogalmaznám meg.

TORRICELLI: Miért? Az, ahogy az árapály jelenségét a Föld kétféle mozgásával magyarázta, rendkívül meggyőző.

GALILEI: Ne értsen félre: nem arról van szó, mintha az árapály jelenség általam adott magyarázatában kételkednék. Hanem arra jöttem rá, hogy itt is csak arról van szó, hogy az árapályt is egyszerűbben lehet magyarázni a Föld forgásával, azonban ez az érv sem döntőbb a többinél.

TORRICELLI: Értem.

GALILEI: Látom, most azon gondolkodik, hogy tulajdonképpen érdemes volt-e ennyi bajt zúdítanom a fejemre, ha a kérdést úgysem tudtam véglegesen eldönteni. Nem, ne is tiltakozzék, tudom, hogy ez a gondolat megfordult a fejében; ez természetes, én is sokszor gondolkodtam az utóbbi hónapokban azon: nem lett volna-e helyesebb várni egy pár évet, hátha rátalálok a döntő bizonyítékra. Alapos meggondolás után nemmel feleltem magamnak erre a kérdésre. Én már öreg ember vagyok, nem várhatok sokat, lehet, hogy a döntő bizonyíték felfedezését meg sem érem. Úgy éreztem viszont, hogy amit mondani tudok, az - ha nem is zárja le a kérdést - elég fontos ahhoz, hogy elmondjam. Úgy éreztem, hogy kötelességem elmondani, amit tudok, már csak azért is, mert ezzel elősegíthetem, hogy valaki más rátaláljon a döntő bizonyítékra. De attól félek, ettől még távol vagyunk. Hiszen maga a kopernikuszi elmélet is még tökéletességre szorul, mert a bolygók látszólagos mozgását nem írja le teljesen pontosan: az eltéréseket az elmélet és a megfigyelések között még nem sikerült megmagyarázni.

TORRICELLI: Kepler azt állítja, hogy ha a bolygók pályáját ellipszis alakúnak tételezzük fel, amelynek a Nap az egyik gyújtópontjában áll, és feltesszük, hogy a bolygók nem egyenes sebességgel mozognak, hanem úgy, hogy a sebességnek és a gyújtópontból a sebesség irányára bocsátott merőleges szakasznak a szorzata állandó, akkor jobb egyezést kapunk.

GALILEI: Valóban mondja ezt Kepler? Ez meglep engem, ez eddig elkerülte a figyelmemet. De nem is hiszem, hogy ezekre a feltevésekre szükség volna. Miért éppen ellipszis pályán mozognának a bolygók? Nem emlékeztet-e ez túlságosan azokra az epicikloisokra, amelyekkel a ptolemaioszi rendszert próbálják toldozni-foltozni? Az a hipotézis, hogy a bolygók körpályán mozognak, egyenes sebességgel, az egyetlen, amelyet meg tudok magamnak mechanikailag magyarázni, és ez egyben a legegyszerűbb is.

TORRICELLI: Az, hogy valami egyszerű, nem jelenti, hogy igaz is. Hiszen éppen a mester tette nevetségessé azokat, akik nem hajlandók elfogadni, hogy a Holdon hegyek vannak - annak ellenére, hogy ha belenéznek a távcsőbe, akkor világosan láthatják ezeket a hegyeket -, mert hogyha a Holdon hegyek vannak, akkor a Hold nem pontosan gömb alakú, és így nem tökéletes.

GALILEI: Ez persze nevetséges érv, és még nevetségesebb az, amivel Clavius próbálta menteni a Hold gömb alakját: hogy a Hold völgyei egy láthatatlan anyaggal vannak kitöltve, és így annak ellenére, hogy hegyeket látni rajta, a Hold mégis csak pontosan gömb alakú. Szánalmas erőlködés ez. Hiszen ugyanennyi joggal állíthatom én, hogy Claviusnak tulajdonképpen szármáfülei vannak, csakhogy ezek a fülek olyan tökéletesen átlátszó és finom anyagból vannak, hogy azok nem láthatók, nem tapinthatók, és semmilyen más módon nem észlelhetők. Ami Kepler ellipsziseit illeti, persze ezt a feltevést is meg kell alaposan vizsgálni. Ha a kutatás szabadságát nem korlátozzák, akkor idővel erre is sor fog kerülni. A mai helyzetben én azt tartottam a legfontosabbnak, hogy kiharcoljuk, hogy az egyház ne kösse gúzsba a tudományt a Föld mozgásának kérdésében és egyéb, a természetre vonatkozó kérdésekben. Azt mondják, hogy dialógusom a kopernikuszi rendszer melletti hitvallás; erre azt válaszolom, hogy dialógusom fő célja: kiállítás a tudományos kutatás szabadsága mellett. Ezért írtam meg a dialógust, és mindazt az üldöztetést, amit ezzel a munkámmal kiváltottam, ezért szenvedem el. Kopernikusz tanítását nem féltsem: az igazság előbb-utóbb ki fog derülni. De nagyon félek attól, hogy ha ebben a perben nem sikerül kiharcolnom a magam igazát, akkor hosszú időre meg lesz bénítva a kutatás, legalábbis nálunk, Itáliában. Mit segít ezen, ha én magam elmenekülök Hollandiába? Eltekintve attól, hogy nehezen tudom elképzelni, hogy én öreg fejjel máshol új életet kezdjek, ez annyit jelentene, hogy feladtam a harcot, még mielőtt elbuktam volna. Amíg a reménynek a legparányibb szikrája él bennem, addig ezt nem fogom megtenni. Kérem, adja át üdvözlőmet

barátaimnak is, igazán jól esett nekem, hogy még vannak, akiknek az a legfőbb gondja, hogy rajtam segítsenek.

TORRICELLI: Rám, és barátaimra mindig és mindenben számíthat: ami tőlünk telik, azt meg fogjuk tenni. Félek azonban, hogy ha soká halogatjuk tervünk megvalósítását, akkor már késő lesz. Vizontlátásra, mester, és üzenjen nekem, ha megváltozott a véleménye a tervünkről, vagy bármi másban segítségére lehetek.

GALILEI: Vizontlátásra, kedves barátom; köszönöm, hogy eljött és köszönöm mindazt, amit értem tenni akart. Vizontlátásra!

NICCOLININÉ: Majd én kikísérem... Kedves fiatalember ez a Torricelli... Kóstolja meg, Galilei úr, ezeket a mosolygó firenzei barackokat, ha az ember rájuk néz, elfelejti a gondjait... Nagy élvezettel hallgattam a beszélgetésüket, bár nem mindent értettem meg teljesen. Ha egyszer ráér, megkérem, hogy magyarázzon el nekem egyet s mást.

GALILEI: Legnagyobb örömmel, akár most rögtön. Szeretek magának magyarázni, Caterina, mert egészséges, friss esze van, amit nem rontott el a skolasztikus tudákosság.

NICCOLININÉ: Nem akar inkább pihenni? Nem fárasztotta ki a beszélgetés?

GALILEI: Egyáltalán nem, csak felkavart kissé. Teljesen friss vagyok, és szívesen beszélgetek magával, amiről csak akar. Mondja csak el, mi az, amire kíváncsi.

NICCOLININÉ: Azt nem értem, hogy Kopernikusz tanáról azt mondja, meg van győződve arról, hogy igaz, de mégsem tudja bebizonyítani. Hát ha nem tudja bebizonyítani, akkor miért van meggyőződve az igazáról? Ha meg jó oka van erre, akkor minek a további bizonyítás?

GALILEI: Ez bizony fogas kérdés, amire nem lehet egy-két szóval válaszolni. Ahhoz, hogy válaszoljak, el kell magyaráznom, mi is a tudományos kutatás módszerének a lényege. De mielőtt ebbe belekezdenék, én szeretnék kérdezni valamit, ami furdalja az oldalamat. Mondja el, hogyan jött rá, hogy a szolgája kémkedik utánam?

NICCOLININÉ: Szívesen elmondom, ha már úgyis kitalálta, hogy mi történt. Feltűnt nekem, hogy Giuseppe - így hívják a csirkefogót - időnként el-eltűnik egy-egy órára. Azután a múlt pénteken délben, amikor a piacra mentem, hát ott látom őt, amint egy kapualjban egy dominikánus baráttal sugdolódzik. Ez gyanús volt nekem, de persze még nem voltam biztos a dologban. Gondoltam, próbára teszem a fickót. Egyik sólymomat zsákba tettem, és megkértem Castelli atyát, küldje el a zsákot hozzánk, mintha Galilei úrnak küldené. Amikor kopogtattak, Giuseppét küldtem ajtót nyitni. Néhány perc múlva utána mentem, hát a sólyom ott repked a lépcsőházban, Giuseppe pedig vérző kézzel próbálja elfogni. Már majdnem biztos voltam a dologban, de azután felmerült bennem a kétely: hátha nem is arról van szó, hogy kémkedik, csak éppen kíváncsi természetű. Elhatároztam, hogy még egy próbát teszek. Levelet írtam Ascanio Piccolomini érseknek, amelyben beszámoltam Signor Galilei hogylétéről; a levelet szándékosan az asztalomra hagytam, és azután kidöntöttem a tintát a földre. Behívtam Giuseppét, hogy törölje fel a tintát, én meg kiültem a teraszra, háttal neki, azonban kis velencei tükrömben lestem, hogy mit csinál. Hát látom, hogy a jómadár buzgón olvassa a levelet, és feljegyzéseket készít róla. Most már egész biztos voltam a dologban, de végső ellenőrzésként másnap behívtam, és azt kérdeztem tőle: Giuseppe, tudsz te írni és olvasni? Azt feleli, hogy ő bizony még a nevét sem tudja leírni. Mondom erre neki: takarodj a házamból, nekem ilyen tudatlan fajankóra nincs szükségem. De hát nem is tudom, miért untatom Galilei urat ezzel a történettel.

GALILEI: Dehogyan untat. Abból, amit elmondott, látom, hogy bár sohasem foglalkozott vele, több érdeke van tudományos módszerhez, mint a padovai egyetem összes peripatetikusának együttvéve. Mert mit is tett ön? Megfigyelte, hogy Giuseppe gyakran eltűnik a házból, és gondolkodott, mi lehet ennek az oka. Amikor látta, hogy egy dominikánussal sugdolózik, felállított egy hipotézist - tudniillik azt, hogy Giuseppe kémkedik. Ezután nem várt ölbetett kezekkel, hogy majd csak adódik egy újabb megfigyelés, hanem megtervezett egy kísérletet a sólyommal. Azt mondta magának: ha Giuseppe kém, ki fogja nyitni a zsákot. Nos, ki is nyitotta. Felületes ember ezzel már bizonyítottan látta volna gyanúját. Ezzel szemben ön feltette magának a kérdést: nem lehet-e Giuseppe viselkedését másképpen is magyarázni, mint hogy kémkedik? És rögtön meg is válaszolta a kérdést: lehet másképpen is magyarázni, azzal, hogy kíváncsi természetű. Felismerte tehát, hogy bár a kísérlet a várt eredménnyel járt, mégsem döntő. Kitervelt tehát egy újabb kísérletet, a levéllel. Az eredmény megint csak az volt, amit várt. Ennek ellenére még egy utolsó próbát tett: megkérdezte, tud-e írni és olvasni. Mivel Giuseppe ezt letagadta, most már meg volt győződve arról, hogy valóban kém, és azonnal el is távolította. - Aki a természet titkait kutatja, annak lényegében hasonlóan kell eljárnia. A megfigyelések alapján hipotézist állít fel; ezt megpróbálja gondosan megtervezett kísérletekkel ellenőrizni. Nem elég a természet elejtett szavait ellesni, hanem keresztkérdések alá kell vetni a természetet. Ha a kísérlet nem azzal az eredménnyel jár, amit a hipotézis alapján várunk, akkor a hipotézis megdőlt. De ha azzal az eredménnyel jár is, ami a hipotézis alapján várható, ezzel az még nincs bebizonyítva, mert a kísérletezőnek fel kell tennie a kérdést: nem lehet-e az eredményt másképpen is magyarázni? Ha találunk ilyen magyarázatot, vagyis olyan másik hipotézist, amellyel a kísérlet eredménye szintén megmagyarázható, akkor olyan újabb kísérletet kell kieszelnünk, amely más eredménnyel jár aszerint, hogy az első vagy a második hipotézis igaz. Ha ennek az újabb kísérletnek az eredménye megint csak összhangban van az első hipotézisünkkel, de ellentmond a másodiknak, akkor ez utóbbit el kell ejtenünk, vagy legalábbis módosítanunk kell.

NICCOLINÉ: De hát ennek az eljárásnak se vége, se hossza. Hiszen mindig lehet találni olyan nyakatekert magyarázatokat, amelyek „megmagyarázzák” az összes addig végzett kísérletek eredményeit. Például az, hogy Giuseppe elolvasta levelemet, még magyarázható a kíváncsi természetével; az persze, hogy arról jegyzeteket készített, már pusztán ezzel nem magyarázható meg, de elképzelhető volna erre is valami más, erőltetett magyarázat - például az, hogy egyes stílári fordulatok a levelemben megtetszettek neki, és azért másolta le őket. Az meg, hogy letagadta, hogy tud írni és olvasni, magyarázható azzal, hogy attól félt, hogy másolási munkára fogom őt befogni. Azt jelenti ez, hogy a természetre vonatkozó valamely hipotézist legfeljebb csak megcáfolni lehet, de tulajdonképpen sohasem lehet bebizonyítani?

GALILEI: Nem jelenti azt. Persze, hogy minden egyes ellentmondó kísérlet eredményének megmagyarázására lehet a helytelen hipotézist úgy módosítani, úgy csúrní, csavarni, hogy az ellentmondást látszólag kiküszöböljük. Azonban nem mindegy az, hogy egy egyszerű és természetes hipotézissel számos egymástól független kísérlet eredményét lehet előre látni, vagy hogy a kísérletek által megcáfolt hipotézis megmentésére azon utólag erőltetett módosításokat eszközöl valaki. Minden újabb kísérlet, amely azzal az eredménnyel jár, amit a feltevésünk alapján előre láttunk és aminek az ellenkező hipotézissel való összeegyeztetése csak az utóbbi toldozása-foldozása útján lehetséges, megerősít abban, hogy a hipotézisünk igaz. Sok ilyen egybehangzó kísérlet kialakíthatja bennünk azt a szilárd meggyőződést, hogy feltevésünk igaz, még ha tulajdonképpen nem is rendelkezünk döntő bizonyítékkal.



NICCOLININÉ: Kezdem már érteni. Ha látom, hogy egy régi, elnyűtt inget hiába foltozok meg, az rögtön kiszakad valahol máshol, akkor belátom, hogy nem érdemes tovább foltoztatni, hanem ki kell dobni. De még nem válaszolt arra a kérdésemre, hogy hát ezek szerint soha nem lehetünk abban tökéletesen biztosak, hogy egy, a természetre vonatkozó hipotézisünk igaz?

GALILEI: Tulajdonképpen a természetre vonatkozó fizikai hipotéziseket sohasem lehet úgy bebizonyítani, ahogy egy matematikai tételt bebizonyítunk, vagyis bizonyos alapfeltevésekből, axiómákból logikus következtetések sorozatával levezetünk. A természetre vonatkozó hipotézisek ugyanis tulajdonképpen axiómák, és az axiómákat a matematikában sem bizonyítják. A geometria axiómáit sem lehet bizonyítani, helyes voltukat csak azon keresztül láthatjuk be, hogy az axiómákra épülő geometria helyesen írja le a teret, amelyben élünk. A fizikai hipotéziseket általában szintén nem lehet tapasztalatilag közvetlenül ellenőrizni. Csak azt tehetjük, hogy a feltevésekből következtetéseket vonunk le a megfigyelhető, kísérletileg ellenőrizhető jelenségekre vonatkozóan, és ezen következtetéseket ellenőrizzük. A hipotézisek követelményeinek levezetése viszont a matematika módszerével történik, úgy, hogy hipotézisünket axiómaként kezeljük és abból matematikai szabatsággal következtetünk.

NICCOLININÉ: Most már kezdem érteni, hogy miért kell a matematika a természet vizsgálatához.

GALILEI: Amiről eddig beszéltem, csak az egyik ok, amiért a matematika nélkülözhetetlen a természet megismeréséhez. Van egy másik, ennél mélyebben fekvő ok is: a természet alapvető törvényei nem is fejezhetők ki másképpen, mint matematikai alakban, számokkal jellemezhető fizikai mennyiségek közötti képletszerű matematikai összefüggések alakjában. Más szóval: *a természet nagy könyvében csak az tud olvasni, aki ismeri azt a nyelvet, amelyen e könyv írva van, és ez a nyelv: a matematika.* Akik csak fecsegnek a természetről, ahelyett, hogy megfigyelnék és kísérletekkel kényszerítenék megszólalásra, azok sohasem fogják a természetet igazán megismerni. De ha sikerül megszólaltatnunk a természetet, akkor az a matematika nyelvén szólal meg, és ha e nyelvet nem értjük, akkor hiába is szólaltattuk meg, nem érthetjük meg, amit mond. És nem elég az, ha valaki - ilyenek sajnos sokan vannak - csak felületesen ismeri ezt a nyelvet, mert akkor könnyen előfordulhat, hogy teljesen félreérti, amit a megszólaló természet mond neki, és ha a saját gondolatait akarja a matematika nyelvén elmondani, abból szánsalmas dadogás lesz. Sokan vannak a természet kutatói, a filozófusok között, akik a matematikáról furcsa - mondhatnám: barbár - nézeteket vallanak. Azt ma már nem tagadhatják, hogy a matematikára szükség van, de azt hiszik, hogy ahhoz, hogy valaki a természet vizsgálatára felhasználja a matematikát, nem kell abban alaposan elmélyednie. Az ilyen szűk látókörű emberek azt mondják, hogy nekik csak a kész eredmények kellene, a bizonyításokkal, a tételek pontos megfogalmazásával nincs idejük és türelmük vesződni. Éppen olyan ostobaság ez, mintha valaki azt mondaná: „vágjuk el a fa gyökereit, vágjuk le a leveleit, hiszen nekünk csak a fa gyümölcsére van szükségünk”. Pedig a matematika szerves egészet alkot, és aki élvezni akarja a gyümölcsöt, annak ezt - akár tetszik neki, akár nem - tudomásul kell vennie.

NICCOLININÉ: Nem értem, hogyan lehetséges az, hogy valaki használni akarja a matematikát, és mégis értetlenül és ellenségesen áll szemben annak szellemével. Én ugyan igazán kezdő vagyok a matematikában, és csak annyit tudok, amennyit Galilei úr nekem beszélgetéseink során elmondott, és így szerénytelenség volna, ha ilyen komoly kérdéshez hozzászólnék, de valamit én is észrevettem, azonban nem akarom ezzel untatni, hiszen Galilei úr ugyanis jobban tudja mindazt, amit mondani tudnék.

GALILEI: Csak mondja el bátran, nagyon is érdekel, hogy mit vett észre. A maga elfogulatlan szeme gyakran észrevesz olyan dolgokat, amelyek sok tudós kollégám figyelmét elkerülik.

NICCOLINÉ: Azt vettem észre, hogy egy matematikai tételt nem is értek meg igazán addig, amíg a bizonyítását nem emésztettem meg teljesen. Sőt, már az is előfordult, hogy csak akkor értettem meg teljesen egy tételt, amikor Galilei úr egy második, az elsőtől teljesen különböző bizonyítást mutatott meg. Amikor először fordult elő, hogy több bizonyítást mondott el egy tételre, bevallom, nem érttem, hogy miért van erre szükség, miért nem elég egy bizonyítás. De azután észrevettem, hogy ez valóban hasznos. Egy szobrot sem elég egyetlen szemszögből szemügyre venni, hanem meg kell nézni több oldalról is. Persze, azt megértem, hogy a nehéz bizonyításoktól visszariad valaki, hiszen engem is gyakran megijesztett az érveknek az a hosszú és bonyolult láncolata, amelyet lépésről lépésre végig kellett követnem. Úgy éreztem magam gyakran, mint a sziklamászó, aki életveszélyes szakadékok fölött kúszik fel a csúcsra, úgy, hogy közben csak a lába elé néz és arra vigyáz, hogy el ne csússzék. Hanem amikor felértünk a csúcsra, és végigtekintettem nemcsak az utat, amelyet megtettünk, hanem az egész előttem kitaruló panorámát, ez mindig kárpótolt a fáradalmakért. Eleinte csak ennek a látványnak a reményében vállalkoztam a fáradságos bizonyítások megértésére, de az utóbbi időben azt vettem észre, hogy a bizonyítások meglepő és szellemes fordulatai is élvezetet okoznak nekem, valami olyan örömet, mint a szép muzsika. Azt hiszem, a sziklamászókkal is ez a helyzet: eleinte csak a szép kilátás reményében vállalkoznak a fárasztó erőpróbára, de amint gyakorlatot szereznek, maga a sziklamászás, az akadályok legyőzése, új fogások kitalálása is örömet okoz nekik.

GALILEI: Nem is tudja, milyen boldoggá tett azzal, amit mondott. Kevés tanítványom volt hosszú életemben, aki ennyire megértett engem és a matematika igazi szellemét. Ezért szeretek magának magyarázni. Amikor valami újat mondok el magának, mindig a szemét nézem. Azt lesem, hogy mikor csillan fel a szeme, mert tudom, hogy ez azt jelenti, megértette a lényegét. A tanításban egész életemben ez jelentette számomra a legnagyobb örömet: a szemeknek ez a felcsillanása. Olyan ez, mint amikor a tűz a kályhában, miután soká csiholtuk és élesztgettük, egyszerre fellobban. Vannak, akik úgy próbálják a matematikát tanítani, hogy a szabályok memorizálására és begyakorlására, gépies rutin kialakítására helyezik a hangsúlyt. Szerintem ezek kontárok, az ilyen tanítás nem sokat ér. Az igazi tanár elsősorban „miért”-re, a megértésre helyezi a hangsúlyt, az önálló gondolkozásra való nevelésre törekszik. Aki a matematika igazi megértése helyett csupán recepteket tanul, az legtöbbször még ezeket a recepteket sem lesz képes helyesen alkalmazni, mert jól számolni is csak gondolkodva lehet. Aki gondolkodás helyett számol, az legtöbbször túl bonyolultan számol, és gyakran nem is azt számítja ki, amire szükség volna, s így, még ha a számításban nincs is hiba, az eredmény fabatkát sem fog érni. Ahhoz, amit mondott, csak két dolgot akarok hozzátenni. A matematika valóban hasznos - sőt egyenesen nélkülözhetetlen, akár a természet erőit akarja megismerni valaki, akár a természet erőit gépek építésével a maga szolgálatába állítani -, de emellett a matematika érdekes és szép is: az emberi gondolat izgalmas és szép kalandja. Mármost én azt tartom, hogy a matematika szépsége nem valami mellékes, járulékos dolog, hanem a matematikának a lényegéhez tartozik. A valódi igazság mindig szép, és a valódi szépség mindig igaz. A régi görögök ezt nagyon jól tudták. Mármost azok, akikről azt mondtam, hogy barbár nézeteket vallanak a matematikáról, éppen ezt nem értik; vagy botfűlűek a matematika szépségéhez, és nem is jutnak el odáig, hogy azt meglássák, vagy ha meg is látják, gyanakvással szemlélik a matematika szépségét. Azt hiszik, hogy a szépség: luxus, ami nélkülözhető, és amikor elzárkóznak előle, azt hiszik, hogy ezzel közelebb kerülnek a valósághoz. A gyakorlati ember szerepében tetszelegnek maguknak, és gögösen lenézik azokat, akik a matematika igazi szellemébe behatoltak; ezeket a fellegekben élő fantasztáknak gúnyolják. Ugyanaz a gög ez, mint Nagy Sándoré, aki kardjával vágta el a gordiuszi csomót tehetetlen dühében, hogy nem volt képes annak titkát megfejteni. A keleti barbár zsarnokok fényűző udvarában a művészet és a tudomány valóban csak luxus volt. A régi görögöknél azonban a művészet és a tudomány egyaránt az élet szerves részét alkotta, és

más-más eszközökkel, de ugyanannak a célnak a szolgálatában állt: hogy általuk az ember megismerje és megértse önmagát és a világot, amelyben él. Kétezer év után végre újból eljutottunk oda, hogy folytassuk ott, ahol a görögök abbahagyták. Ott kell folytatnunk, ahol Arkhimédész abbahagyta.

NICCOLININÉ: Igaza van, a mi korunk művészei is ezt teszik. De azt mondta, hogy két megjegyzése van ahhoz, amit mondtam; mi a másik?

GALILEI: A másik megjegyzésem nagyon szorosan kapcsolódik az elsőhöz. Eddig a matematika szépségéről beszéltem, arról az örömről, amely nagyon közel áll ahhoz az örömhöz, amit a művészet, a tiszta szépség vált ki az emberben, arról az örömről, amit az igazi megértés okoz, és amit a szemek felcsillanása jelez. Azonban ezt az örömet nem adják ingyen: keményen meg kell dolgozni érte. A maga hasonlatát a hegymászóval azért találtam annyira sikerültnek, mert ezt is megvilágítja. Komoly szellemi erőfeszítés nélkül a matematikában senki sem juthat messzire. Aki azonban megízlelte a tiszta megismerés örömét, a matematika szépségét, az ezért hajlandó lesz komoly erőfeszítéseket is tenni. A matematika tanításának egyik legfőbb célkitűzése az kell legyen, hogy ezt az örömet megismertesse a tanulni vágyókkal, és ránevelje őket a fegyelmezett, logikus gondolkodásra, a koncentrált szellemi erőfeszítésre, ami nélkül a matematikában senki nem boldogulhat. Ugyanakkor, aki a matematikán keresztül elsajátította a logikus gondolkodás művészetét, annak az élet minden területén hasznát veszi.

NICCOLININÉ: Szóval nem ért egyet azokkal, akik azt mondják: nem vezet jóra, ha mindenki a saját fejével gondolkodik, ebből csak zűrzavar támad: jobb, ha az emberek inkább a tekintélyeket követik.

GALILEI: Egész életem más sem volt, mint harc az ilyen nézetek ellen; hiszen most is azért állítottak a vádlottak padjára. Csak egy példát mondok: Arisztotelész azt hitte, hogy a mozgás fenntartásához erőre van szükség. Pedig ez tévedés: készülő munkám legsarkalatosabb megállapítása, amit rengeteg megfigyelés igazol, éppen az, hogy *csak a mozgás sebességének megváltoztatásához van szükség erőre; ha a mozgó testre semmilyen erő nem hat, az megtartja változatlanul a sebességét.* Abban, hogy ezt az egyszerű tényt észrevegyék - pedig e nélkül a felismerés nélkül a mozgás lényegét nem lehet megérteni -, az embereket közel kétezer éven át az akadályozta meg, hogy jobban hittek Arisztotelész tekintélyének, mint a saját szemüknek. Én azonban mindig a saját fejemmel igyekeztem gondolkodni, és ha valamit elértem, azt kizárólag ennek köszönhetem. De ez nemcsak a tudományban nélkülözhetetlen, hanem az élet minden területén! Szerintem az emberek nem birkák, akiket ugató kutyaikkal kell a jászolba terelni. Az embereket elsősorban az különbözteti meg az állatoktól, hogy képesek gondolkodni. Akik nem akarják, hogy az emberek a saját fejükkel gondolkodjanak, állatokká akarják őket lealacsonyítani. De úgy látom, nagyon elkalandoztunk beszélgetésünk eredeti tárgyától. Nem tudom, tulajdonképpen megválaszoltam-e a kérdést?

NICCOLININÉ: Még mindig nem értem teljesen, mire gondolt, amikor Torricellinek arról beszélt, hogy még nem találta meg a döntő bizonyítékot a kopernikuszi elmélet mellett. Abból, amit az előbb elmondott, az következik, hogy döntő bizonyíték tulajdonképpen nem is képzelhető el.

GALILEI: Ebben téved, asszonyom. Elképzelhető olyan bizonyíték, amely végképp megcáfolja azt a feltevést, hogy a Föld mozdulatlanul áll a világegyetem közepén, és a Nap a Föld körül kering. Amikor a kopernikuszi elmélet döntő bizonyítékáról beszéltem, egy olyan megfigyelést vagy kísérletet értettem ezen, amely a ptolemaioszi világképpel semmi ésszerű módon nem egyeztethető össze. Én mindig ilyen bizonyítékot kerestem. Hogy megértse, miért olyan nehéz a kérdés, gondoljon a következő kísérletre. Képzelje el, hogy egy hajón van egy zárt, ablak-

talán fülkében. Ha éjjel felébred, nem tudja megállapítani, hogy a hajó áll-e vagy egyenes sebességgel egyenes vonalban halad, ugyanis e két állapot közötti különbséget a fülkében maradván akkor sem tudja észlelni, ha műszerek, kísérleti berendezések állnak rendelkezésére. Ha például leejt egy tárgyat, az ugyanúgy fog leesni, akár áll a hajó, akár pedig halad. Azt persze észreveszi, hogyha a hajó mozgása megváltozik - akár irányát, akár a sebességét illetően. De amíg a hajó egyenletesen, egyenes vonalban halad, mozgását nem lehet észrevenni a fülkéből. Persze, ha a fülkének van ablaka, akkor, ha látja a partot, az ablakon át meg tudja állapítani, halad-e a hajó a parthoz képest. Ha azonban kinn van a nyílt tengeren és az ablakon kinézve csak egy másik hajót lát, és azt veszi észre, hogy a hajó, amelyben van, a másik hajóhoz képest állandóan elmozdul, megint nem tudja megállapítani, azért történik-e ez, mert az a hajó halad, amelyen tartózkodik, vagy azért, mert a másik hajó halad, vagy esetleg mert mindkettő halad.

NICCOLININÉ: Ezt értem, de hát a kopernikuszi elmélet szerint a Föld nem egyenes vonalú mozgást végez a Nap körül, hanem kering körülötte. Nem olyan ez, mint amikor a hajó változtatja az irányát, amit, mint mondta, még a zárt fülkében is észre lehet venni?

GALILEI: Azt is nehéz észrevenni, ha a hajó nagyon lassan változtatja az irányát; csak a hirtelen irányváltást érezzük. A Föld egy év alatt kerüli meg a Napot, és így néhány óra alatt a mozgásának az iránya alig változik. Ez teszi nehezzé a megfigyelést.

NICCOLININÉ: Hát a Földnek a saját tengelye körüli forgásával hogy állunk? Ha jól értettem, Kopernikusz szerint a Föld egy nap alatt tesz meg egy teljes fordulatot. Nem lehetne ezt a forgást valahogy közvetlenül észlelni?

GALILEI: Kérdéséből látom, hogy már teljesen érti, milyenfajta döntő bizonyítékot keresek. De, mint mondtam, ezt még nem találtam meg, azonban bízom abban, hogy a tudomány előbb-utóbb talál ilyen bizonyítékot.

NICCOLININÉ: Nem értettem meg teljesen, amit arról mondott, hogy a természet törvényei csak a matematika nyelvén fogalmazhatók meg. Világosabb lenne, ha egy példát adna erre.

GALILEI: Jöjjön az ablakhoz. Nézze ezt a golyót, el fogom engedni; figyelje meg, hogyan esik le innen az emeleti ablakból a földre. Figyelje meg, amint esik. Mit vesz észre?

NICCOLININÉ: Mintha egyre gyorsabban esne.

GALILEI: Így van, de hogyan gyorsul? E mögött egy csodálatosan egyszerű törvényszerűség rejlik: ha összehasonlítja az egyenlő időtartamok alatt a golyó által megtett utakat, azok úgy aránylanak egymáshoz, mint a páratlan számok. Más szóval: a második másodperc alatt háromszor akkora utat tesz meg, mint az első másodpercben, a harmadik másodperc alatt már ötször akkora utat, a negyedik alatt hétszer akkora utat, és így tovább. Tehát az eső test egyenletesen gyorsuló - vagyis egyenletesen egyenlőtlen - mozgást végez. Ezzel a mozgással a skolasztikusok már foglalkoztak, de nem tárgyalták matematikailag. Pedig az ilyen mozgást matematika nélkül nem is lehet igazán megérteni.

NICCOLININÉ: Ez igazán nagyon érdekes.

GALILEI: Várjon csak, hiszen még nem is fejeztem be, amit az eső testekről akartam mondani. Amit eddig mondtam, úgy is ki lehet fejezni, hogy az eső test sebessége az idővel arányosan növekszik. Vizsgáljuk meg most azt, hogy az eső test mekkora utat tesz meg az esés kezdetétől egy tetszőleges időpontig? Ha az első másodpercben megtett utat, mondjuk,  $a$ -val jelöljük, akkor, mint mondtam, a második másodperc alatt  $3a$  utat, tehát két másodperc alatt összesen  $a+3a=4a$  utat tesz meg. Emlékszik még, mit mondtam arról, hogy a harmadik másodperc alatt mekkora utat tesz meg az eső test?

NICCOLININÉ: Hogyne emlékeznék:  $5a$  utat, és így három másodperc alatt összesen  $4a+5a=9a$  utat tesz meg; mivel, mint mondta, a negyedik másodperc alatt  $7a$  utat tesz meg, tehát négy másodperc alatt összesen  $16a$  utat tesz meg.

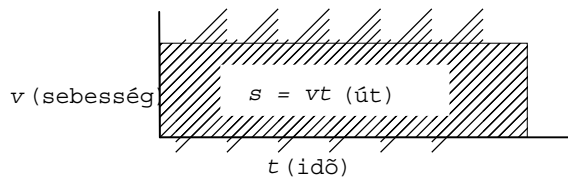
GALILEI: Szóval 2 másodperc alatt  $4a$  utat, 3 másodperc alatt  $9a$  utat, 4 másodperc alatt  $16a$  utat tesz meg az eső test. Lát ebben valami szabályosságot?

NICCOLININÉ: Úgy tűnik, hogy a másodpercek számának a négyzete adja meg, hogy az esés kezdetétől számítva bizonyos számú másodperc alatt összesen hányszor akkora utat tesz meg az eső test, mint az első másodperc alatt. Így van ez valóban?

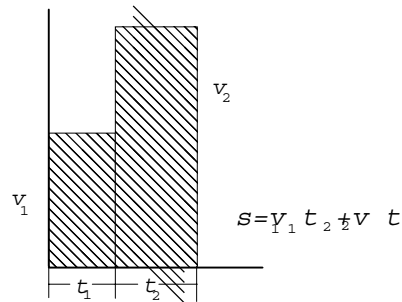
GALILEI: Eltalálta, még hozzá ez nem csak akkor igaz, ha azt nézem, hogy egész számú másodperc alatt mennyit esett a test, hanem ez a törvény minden időtartamra érvényes.

NICCOLININÉ: Hogyan lehet ezt egész általánosan belátni?

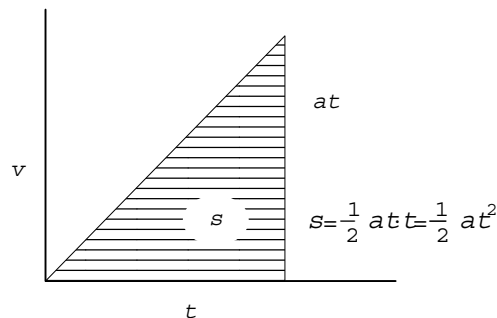
GALILEI: Nagyon egyszerűen. Rajzoljon egy egyenes vonalat, válasszon azon kezdőpontot, ez feleljen meg annak az időpontnak, amikor a mozgás kezdődik, és válasszon egy tetszőleges távolságot, amely az időegységet fogja ábrázolni. Így az egyenesnek a kezdőponttól jobbra eső minden pontja egy-egy időpontot képvisel, mégpedig azt, ameddig a kezdőponttól való távolsággal egyenlő hosszú idő telt el. Mármost minden ilyen pontban mérjen fel az egyenesre merőlegesen az eső testnek az illető időpontbeli sebességével egyenlő hosszúságú szakaszt. Mivel a sebesség az idővel arányosan nő, tehát ezeknek a szakaszoknak a végpontjai egy egyenesen fognak feküdni, amely a kezdőpontból indul ki.



Állandó sebességű mozgás



Szakaszonként állandó sebességű mozgás



Egyenletesen változó sebességű mozgás

NICCOLINÉ: Ezt értem, de azt mondja meg; hogyan lehet erről az ábráról a valamely időpontig megtett teljes utat leolvasni?

GALILEI: Nagyon egyszerűen: az egy tetszőleges időpontig megtett utat annak a háromszögnek a területe adja meg, amelyet a sebesség növekedését ábrázoló ferde egyenes, az időtengely és a szóban forgó időpontnak az időtengelyen megfelelő pontban emelt merőleges határol.

NICCOLINÉ: Magyarázza meg ezt részletesebben, mert nem értem.

GALILEI: Ha a sebesség állandó, a megtett út az időtartam és a sebesség szorzatával egyenlő. Ha az időtartamot egy egyenes szakasz, a sebességet egy erre merőleges szakasz ábrázolja, akkor a megtett út az ezen szakaszok által meghatározott téglalap területével egyenlő. Ha azonban a sebesség változik, akkor a helyzet valamivel bonyolultabb, de a megtett utat akkor is terület adja meg. Ha például a sebesség egy ideig állandó, azután hirtelen ugrásszerűen megnő, akkor a megtett út két téglalap területének az összegével egyenlő. Ha a sebesség sokszor változik meg ugrásszerűen, de két ugrás közt állandó, akkor sok különböző magasságú téglalap területének az összege adja meg a megtett utat. Ha pedig a sebesség állandóan, folyamatosan, mégpedig egyenletes ütemben nő, akkor a megtett utat egy háromszög területe adja meg. Hogy ezt belássa, csak azt kell észrevennie, hogy a háromszög végtelen sok különböző hosszúságú, párhuzamos egyenes szakaszból, azaz végtelen sok végtelenül keskeny téglalaphoz tevődik össze.

NICCOLINÉ: Ez valóban bámulatos. Szóval, erről lesz szó a mozgás matematikájáról szóló könyvében?

GALILEI: Erről is és még sok más hasonló törvényről. Ahogyan ki lehet számítani, hogy a leeső kő hol lesz két vagy három másodperc múlva, hasonlóképpen azt is ki lehet számítani, hogy a ferdén elhajított kő parabola alakú pályán fog repülni, hogy mekkora sebességgel halad, és hogy hol fog leesni. Ez a kérdés nemcsak gyakorlati szempontból érdekes, hanem azért is, mert ezen keresztül megmutatom, hogyan tevődnek össze különböző mozgások. Tulajdonképpen érthetetlen előttem, hogy amikor már Ptolemaiosz igyekezett kiszámítani a Nap, a Hold és a bolygók látszólagos pályáját, amelyet napról-napra, évről-évre pontosan követnek, ugyanakkor azt, hogy mi történik, ha egy kavicsot elejtünk vagy elhajítunk, előttem - kivéve talán Arkhimédészt, de erről semmi biztosat nem tudunk - senki nem vizsgálta meg alaposan. Pedig ha emiatt újabb eretnekpörtl akasztanak is a nyakamba, akkor is megmondom, hogy *itt a Földön ugyanazoknak a törvényeknek engedelmeskednek a mozgó testek, mint fenn az égen!*

NICCOLINÉ: Ezek szerint az egész világegyetem olyan, mint egy hatalmas óramű, amelyben pontosan kiszámítható módon forognak a kerek a legnagyobbtól a legparányibbig!

GALILEI: Ezek a csodálatos szabályosságok csak egyik fejezetét alkotják a természet könyvének! Van a természetben bőven szabálytalanság, esetlegesség, véletlenszerűség is.

NICCOLINÉ: Hogyan érti ezt?

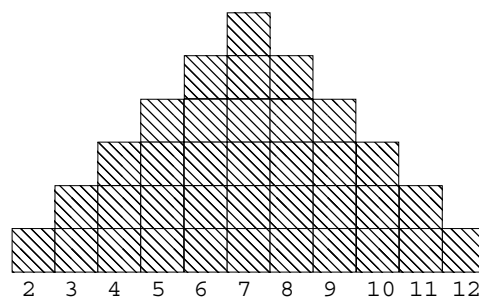
GALILEI: Gondoljon csak az új csillagokra, amelyek időnként, mint például hatvan évvel ezelőtt, váratlanul feltűnnek az égen, néhány évig egyre fényesebben tündökölnék, azután ugyanolyan váratlanul, ahogy jöttek, eltűnnek a semmiben. Gondoljon a napfoltokra, amelyek, miközben közvetlenül a Nap felszínén keringenek a Nap körül, hol nőnek, hol fogynak, megjelennek, gomolyognak és eltűnnek. A világegyetem nem mindenben olyan, mint egy óramű, sok tekintetben inkább kiszámíthatatlan, szeszélyes asszonyhoz hasonlítható.

NICCOLINÉ: Abból, amit mond, úgy tűnik nekem, mintha a természet könyvében volnának olyan fejezetek is, amelyek nem a matematika nyelvén vannak írva, mert hiszen, mint mondja, kiszámíthatatlanok.

GALILEI: Téved, asszonyom, bár tévedése nagyon is érthető, hiszen a véletlen jelenségek matematikai leírása még gyermekcipőkben jár, bár ez nagyon is lehetséges, mint azt nemrégiben egy egyszerű példán kimutattam.

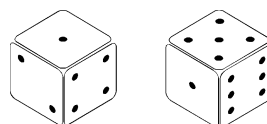
NICCOLININÉ: Mi volt ez a példa?

GALILEI: A kockázás, ez az ősrégi és ma is népszerű szerencsejáték. Hogyha egy kockával dobunk, teljesen a véletlentől függ, hogy a kocka melyik oldalával felfelé fog leesni. Ha ezek az oldalak, mint szokásos, rendre egy, kettő, három, négy, öt, hat ponttal vannak megjelölve, és a kockát egyszer dobjuk fel, akkor többet nem állíthatunk, mint hogy a dobott pontok száma e hat szám bármelyike lehet. Ha azonban a kockával sokszor dobunk, akkor már tapasztalható bizonyos törvényszerűség: a dobott pontok számait feljegyezve körülbelül ugyanannyiszor fog mind a hat szám előfordulni. Még érdekesebb azonban, ha egyszerre két kockával dobunk és összeadjuk a két kockán látható pontok számát. Milyen szabályosság várható ezen összeget illetően?



NICCOLININÉ: Az világos, hogy az összeg 2-től 12-ig minden szám lehet.

$$\begin{aligned}
 2 &= 1+1 \\
 3 &= 1+2 = 2+1 \\
 4 &= 1+3 = 2+2 = 3+1 \\
 5 &= 1+4 = 2+3 = 3+2 = 4+1 \\
 6 &= 1+5 = 2+4 = 3+3 = 4+2 = 5+1 \\
 7 &= 1+6 = 2+5 = 3+4 = 4+3 = 5+2 = 6+1 \\
 8 &= 2+6 = 3+5 = 4+4 = 5+3 = 6+2 \\
 9 &= 3+6 = 4+5 = 5+4 = 6+3 \\
 10 &= 4+6 = 5+5 = 6+4 \\
 11 &= 5+6 = 6+5 \\
 12 &= 6+6
 \end{aligned}$$



$$1+5=6$$

GALILEI: Így van, de ez a 11 lehetőség nem egyforma gyakran fog előfordulni. Leggyakrabban a 7 fog előfordulni, körülbelül az esetek 1/6-odában, azután a 6 és a 8, mindegyik az esetek 5/36-ában, az 5 és a 9 az esetek 1/9-ében fog előfordulni, míg az összeg az esetek 1/12-ében lesz 4 és ugyanilyen gyakran 10; az esetek 1/18-ában lesz az összeg 3, illetve 11, míg a 2 és a 12 összeg az eseteknek csak az 1/36-ában fog előfordulni.

NICCOLININÉ: Ez nagyon rejtélyesnek hangzik. Mi ennek az oka?

GALILEI: Nagyon egyszerű oka van. *Például 4-et mint összeget háromféleképpen dobhatunk, úgy, hogy az első kocka 1-et, a második 3-at mutat, vagy úgy hogy az első kocka 3-at, a második 1-et mutat, végül úgy, hogy mindkét kocka 2-t mutat. Ezzel szemben 12-t csak egyféleképpen dobhatunk: úgy, hogy mindkét kockával hatost dobunk. Ezért lesz az összegek között a 4 háromszor gyakoribb, mint a 12.*

NICCOLININÉ: Egyszer kipróbálom majd a kockajátékban a véletlen matematikájának ezeket a szabályait. Gondolja, hogy ezek ismeretében sok pénzt nyerhetek

GALILEI: A játék akkor méltányos, ha a szabályokat úgy állapítják meg, hogy egyik játékos se legyen kedvezőbb helyzetben. Persze, ha a szabályokat rosszul állapítják meg, akkor az egyik játékos sokat nyerhet, ha elég soká játszik és ha győzi pénzzel, amíg a véletlen törvényei az ő malmára hajtják a vizet.

NICCOLININÉ: Nem is hittem volna, hogy még a szerencsejátékokban is matematika rejtőzik. Hogyan nevezik a matematikának ezt az ágát.

GALILEI: Ez annyira új, hogy még neve sincs.

NICCOLININÉ: Hogyan lehetséges, hogy erről még soha nem hallottam?

GALILEI: A matematikusok, akik megszokták, hogy a szabályszerűvel, a pontos összefüggésekkel foglalkozzanak, egészen a legutóbbi időkig visszariadtak attól, hogy a véletlennel foglalkozzanak, hiszen első pillantásra úgy tűnik, hogy itt nem terem számukra babér. Hozzájárult ehhez Arisztotelész tekintélye is, aki szerint a matematika tárgya a változatlan, és hát mi lehet szeszélyesebben változó, mint a véletlen? De hatottak itt sokkal régebbi előítéletek is: ősidők óta a véletlen jelenségekben, mint a kockadobás, a madarak röpte, az áldozati állat májának szabálytalan vonalai, az istenek akaratának megnyilvánulását látták, és mindezek szent borzadással töltötték el az embereket; szinte istenkáromlásnak érezték, hogy e jelenségeket valaki emberi ésszel próbálja kipuhatolni. Pedig azért van az embernek esze, hogy használja.

NICCOLININÉ: Nekem az tetszik a matematikában - bár csak annyit tudok róla, amit öntől tanultam -, hogy a legbonyolultabb dolgokat is képes egyszerűvé tenni, hogy a matematika lámpásának fényénél sok minden olyan kristálytiszt és világos lesz, ami azelőtt homályos és érthetetlen volt.

GALILEI: Igen, ez igaz. De hozzá kell tennem, hogy a matematika néha éppen azt mutatja meg, hogy a látszólag egyszerű valójában milyen bonyolult.

NICCOLININÉ: Mire gondol, Galilei úr?

GALILEI: Csak egy nagyon egyszerű példát mondok. Írjuk fel erre a papírra sorban az egész számokat 0-tól kezdve. Képzeljük el most ezt a számsort a végtelenségig folytatva. Most húzzuk alá ezen számok között a négyzetszámokat. Látja, hogy ahogy haladunk előre a számsorban, egyre ritkábban találkozunk négyzetszámokkal, hiszen a köztük levő távolságok egyre nagyobbak lesznek.

NICCOLININÉ: Valóban, a távolságok, 1,3,5,7,9... éppen a páratlan számok.

GALILEI: Ugyanúgy, mint a leeső kő által egyenlő időszakaszok alatt megtett utak. No de most nem erről van szó. Ami most minket érdekel, az csupán annyi, hogy a négyzetszámok ritkák. Ha azt állítom, hogy a négyzetszámok kevesebben vannak, mint az összes számok, igazat mondok-e?

NICCOLININÉ: Feltétlenül.



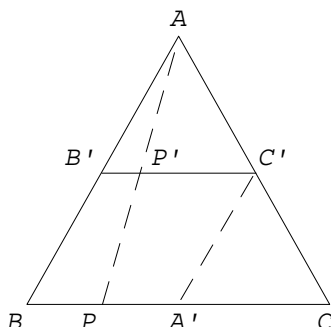
GALILEI: De most tegye a következőt. Írja újra fel az egész számok sorozatát és most mindegyik alá írja oda a négyzetét. Ugye, a második sorban csupa négyzetszám van és mindegyik pontosan egyszer fordul elő?

NICCOLININÉ: Így van.

GALILEI: Minden szám alatt áll egy másik, és így kétségtelen, hogy az alsó sorban ugyanannyi szám van, mint a felsőben. Még mindig azt állítja, hogy a négyzetszámok kevesebben vannak, mint az összes számok? Úgy látszik, tévedtünk, amikor azt mondtuk, hogy kevesebb négyzetszám van, mint egész szám általában.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	...				

NICCOLININÉ: Egészen összezavart ezzel a példával. Mi ebből a tanulság?



GALILEI: Az, hogy *ami a végesre igaz - például, hogy a rész kisebb az egésznél - nem szükségképpen igaz a végtelenre*. Tulajdonképpen ezt már Zénón is észrevette: gondoljon csak a Sztadionra vonatkozó paradoxonára. Ő lényegében azt vette észre, hogy ha egy háromszög  $A$  csúcsából kiinduló oldalainak felezőpontjait összekötő, a  $BC$  alappal párhuzamos, de fele olyan hosszú  $B'C'$  szakasz pontjait az  $A$  pontból a  $BC$  szakaszra vetítjük, a  $B'C'$  szakasz minden pontjának megfelel a  $BC$  szakasz egy pontja (például a  $P'$  pontnak a  $P$  pont), és megfordítva: tehát a  $B'C'$  szakasznak (és így a vele párhuzamos és egyenlő hosszú  $BA'$  szakasznak, ahol  $A'$  a  $BC$  szakasz felezőpontja) ugyanannyi pontja van, mint a kétszer akkora  $BC$  szakasznak. Csak arra nem gondolt, hogy ugyanez a paradox helyzet már az egész számokkal kapcsolatban is fellép.

NICCOLININÉ: Ugyanezzel a meggondolással azt is meg lehetne mutatni, hogy ugyanannyi páros szám van, mint egész szám, annak ellenére, hogy csak minden második egész szám páros.

GALILEI: Látom, igazán megértette, amit mondtam. Hiszen azt, hogy valaki valamit valóban megértett, arról lehet felismerni, hogy azt képes saját maga számára önállóan átformálni, módosítani, egyszóval újraalkotni.

NICCOLININÉ: Ez tényleg így van. Aki csak pontosan egy recept alapján tud főzni, az nem igazán jó szakácsnő. Az igazi szakácsnő bátran eltér a recepttől, itt-ott módosít az előírásokon, hozzáad vagy elhagy valami fűszert, annyira, hogy ugyanaz a fogás szinte minden alkalommal, amikor elkészíti, más lesz.

GALILEI: Más szóval: az igazi szakácsnő kísérletezik, mint a természet kutatója. Emellett abban a szerencsés helyzetben van, hogy nem kell félnie attól, hogy eretneknek kiáltják ki.

NICCOLININÉ: Annyi érdekeset mondott, Galilei úr, hogy észre sem vettem, hogy közben ránkesteledett. Gondolom, ideje volna, hogy lefeküdjön. Restellem, hogy soká feltartottam, biztosan belefáradt abba, hogy nekem magyarázzon.

GALILEI: Dehogy, nagyon jólesett a beszélgetés, különösen, mivel közben egészen megfeledeztem a peremről.

NICCOLININÉ: Az csak jó, ha nem gondol folyton arra.

GALILEI: Azt hiszi, nem tudom, hogy azért faggat engem mindig a matematikáról, hogy elvonja figyelmemet a gondjaimról?

NICCOLININÉ: Csak nem haragszik ezért? Higgye el, ha van is ilyen hátsó gondolatom, valóban nagyon érdekelnek ezek a dolgok. Úgy látom egyébként, hogy Galilei úr nemcsak a természet könyvében, hanem az emberi lélekben is tud olvasni, ha akar. Csak azt nem értem, miért nem alkalmazza ezt a tudományát az ellenségeivel szemben is, sokkal jobban tudná magát védeni, és kevésbé ingerelné őket.

GALILEI: Az ön angyali lelkében olvasni éppen olyan tiszta öröm számomra, mint a természet csodáit fürkészni. Ellenségeim lelkében azonban nem szoktam olvasni: csak a disznónak okoz örömet, ha a piszokban turkál.

NICCOLININÉ: Pedig, ha legyőzné viszolygását, és egyszer elszánná magát erre, ezután talán megváltozna a véleménye arról a tervről, amit ezek a lelkes fiatalemberek, akiknek nevében Torricelli beszélt, kigondoltak.

GALILEI: Hogyan, hát ön is azt mondja, hogy futamodjam meg? Azt hiszi, hogy bele kellett volna mennem abba, hogy megszöktessenek?

NICCOLININÉ: Erre csak azért nem válaszolok igennel, mert nem tudom megítélni, hogy a terv mennyire reális és valóban sikerülne-e. Az ön helyében, Galilei úr, én elsősorban ezt próbáltam volna megtudni. Ha a terv kivihető - amiről sajnos egyáltalán nem vagyok meggyőződve -, akkor meg kellene valósítani. Én nem akartam beleszólni a beszélgetésükbe, de most, hogy megkérdezett, meg kellett, hogy mondjam a véleményemet.

GALILEI: Szóval ön sem bízik abban, hogy végül győzni fogok?

NICCOLININÉ: Ön azt mondta, hogy csak az igazság erejében bízik. Abban egyetérttek, hogy az igazság előbb-utóbb győzni fog, csak arról nem vagyok meggyőződve, hogy mi ezt megérjük. Azt mondta, hogy a vádak, amiket felhoztak, alaptalanok és nem bizonyíthatók be. Úgy látom, itt abba a tévedésbe esik, hogy azt hiszi, az inkvizíció ugyanolyan magas követelményeket támaszt a bizonyítékokkal szemben, mint amelyeneket Galilei úr a tudományban bevezetett. De hagyjuk ezt, lehet, hogy én rémeket látok. Most azonban már igazán ideje volna, hogy lefeküdjék. Remélem, ma is olyan jól fog aludni, mint tegnap éjjel.

GALILEI: Tegnap éjjel azt álmodtam, hogy szobám, amelyben az ablaknál ülök a karosszékekben, egyszerre csak felemelkedik és száll feljebb és feljebb, túl a felhőkön, ki a semmibe. El sem tudja képzelni, milyen csodálatos érzés volt a távolból nézni az egyre kisebbé váló Földet, amely a sötét égen úgy ragyogott a Nap ráeső fényében, mint a Hold, és látni, hogy mozog, hogy halad előre pályáján a Nap körül, és forog körben a saját tengelye körül is. Olyan boldog voltam, mint még talán soha életemben: hiszen láttam, saját szememmel láttam, hogy mozog a Föld! Elővettem a távcsövet, amellyel eddig a Földről fürkésztem az eget, és azzal most az égből néztem le a Földre, és ide irányítottam Rómára. Nagyon jó távcső volt, sokkal, de sokkal jobb, mint amelyeneket valaha sikerült csinálnom, annyira, hogy felismertem egyes arcokat is. Képzelve, ott láttam Inchofert és Pasqualigót, ezt a két sötétlelkű szamarat, amint a Tiberisz partján sétáltak, és nagyban vitatkoztak valamin. Csavartam egyet a távcsövemen és csodálatos módon egyszerre hallottam a szavukat is; a Föld mozgásáról beszéltek, és egymást túllícitálva magyarázták, hogy ez hamis, eretnek tan; és közben a Föld, mit sem törődve fecsegésükkel, méltóságteljesen haladt a pályáján és forgott a tengelye körül velük együtt, ők meg csak sza-

pultak engem és Kopernikuszt... olyan nevetséges volt az egész, hogy kitört belőlem a kacagás, és úgy nevettem, hogy a könnyeim csorogtak, úgy nevettem, hogy felébredtem tőle.

NICCOLININÉ: Ez valóban szép álmom. Talán csak az volna még ennél is szebb, ha egy olyan korról álmodna, amelyben már a kis iskolásgyerekek is azt tanulják az iskolában, hogy a Föld forog a Nap körül.

GALILEI: Gyakran álmodoztam ébren erről a korról, és biztos vagyok benne, hogy ez a kor rövidesen el fog jönni. A tudomány haladását nem lehet feltartóztatni, bár azt hiszem, a haladás útja sohasem lesz egyenes vonalú és akadálytalan, inkább úgy fog haladni felfelé, ahogy a szőlőinda kúszik. Mivel a tudományt emberek csinálják, az új gondolatnak a jövőben is meg kell majd küzdenie a régivel. Az igazság azonban előbb-utóbb utat fog törni magának, mint a sziklák közül kibújó új zöld hajtás, és fény fog derülni sok olyan dologra, ami ma még rejtély előttünk. De néha aggódom azért, hogy mit fog kezdeni az emberiség ezzel a tudással? Boldogabb lesz-e az emberiség abban a korban? Fiatal koromban naivul hittem abban, hogy aki a tudománnyal foglalkozik, az szükségképpen jó ember. Ebben alaposan csalódtam. Vajon az eljövendő korban, amelyről álmodozunk, más lesz-e a helyzet? Nem lesznek meg ennek a kornak is a maga előítéletei és dogmái? Nem lesznek akkor is tehetségtelen, irigy, gyűlölködő és cselszövő emberek? Nem fogják-e akkor is az aljas rágalmozók megpróbálni bemocskolni a tisztességes embereket? Nem lesznek akkor is a tudomány élő fáján élősködő férgek?

NICCOLININÉ: Valóban, ha a jövőre gondolunk, azt kell kívánnunk és aggódva remélnünk, hogy az emberiség ne csak tudásban, hanem ezzel együtt emberségben is gyarapodjék! Meg vagyok győződve arról, hogy az utánunk következő nemzedékekben mindig lesznek olyanok, akik az életüket teszik fel arra, hogy az a kor, amely után mi vágyódunk, egyszer valóban megvalósuljon, és ezek, visszatekintve a mi korunkra, látni fogják, hogy Galileo Galilei két fejjel magaslott ki kortársai közül, és büszkén fogják magukat tanítványainak, műve folytatónak, álmai örökösének vallani

## UTÓSZÓ

Optimista szerző nem ír előszót a saját műveihez, mert bízik abban, hogy azok önmagukért beszélnek, és meg van győződve arról, hogy mondanivalóját olvasói minden külön magyarázat nélkül is megértik.

Bár én valóban bízom ebben, mégis úgy érzem, hogy az adott esetben szükség van, ha nem is előszóra, de legalább néhány utólagos megjegyzésre a szerző szándékairól és azokról a megfontolásokról, amelyek a műfaj megválasztásában és írás közben vezették. Úgy gondolom, hogy a választott forma szokatlan volta és sok tekintetben újszerű módon való használata némi magyarázatra szorul, már csak esetleges félreértések elkerülése céljából is.

E megjegyzéseket azért mondom el utószó formájában, mert azt szeretném, hogy azt olvasói valóban csak a dialógusok után olvassák el.

Hazánkban évről évre növekszik az érdeklődés a matematika és annak alkalmazása iránt, és egyre többen törekszenek matematikai ismeretek elsajátítására. Az ezen igények kielégítését szolgáló ismeretterjesztő munkában való részvételem során azt tapasztaltam, hogy nemcsak konkrét matematikai ismeretek elsajátítására jelentkezik társadalmi igény, hanem sok embert emellett - vagy esetleg elsősorban - az a kérdés érdekel, hogy tulajdonképpen mi is a matematika, miben áll sajátos módszere, hogyan viszonyul más tudományokhoz és mit nyújthat a különböző szakterületeken dolgozóknak. Sokan vannak, akik a matematikai ismeretterjesztő előadásoktól és írásoktól nem azt várják, hogy azokból bizonyos számítási eljárásokat sajátítsanak el, hanem általános műveltségüket akarják gyarapítani, látókörüket kívánják szélesíteni. De még azok is, akiknek a matematikai módszerekre mindennapi munkájukban van szükségük, mielőtt vennék maguknak a nem is csekély fáradságot, hogy elmélyedjenek a matematika valamely konkrét ágának tanulmányozásában, szeretnék látni, hogy mit is várhatnak ettől.

Azt is gyakran tapasztaltam munkám során, hogy a matematika és alkalmazásai alapvető elvi kérdéseit illetően sok téves és ferde nézet van forgalomban, mégpedig nemcsak a matematikától távol állók között, hanem azok körében is, akik foglalkozásuknál fogva a matematikának legalábbis egy-egy ágában többé-kevésbé járatosak. Ez tulajdonképpen nem is meglepő, hiszen például téves általánosításokra azok hajlamosak, akik rendelkeznek ugyan bizonyos tárgyi ismeretekkel, de nincs elég széleskörű áttekintésük. A matematika és alkalmazásainak elvi kérdései a matematikusok körében is gyakran képezi vita tárgyát, ami e kérdések tisztázásának különös aktualitást ad.

Mіндеzen körülmények arra a meggyőződésre vezettek, hogy a matematika és alkalmazásai elvi kérdéseinek közérthető, de ugyanakkor e kérdéseket valódi mélységükben felvető módon való ismertetése nagyon is időszerű. Azonban ezekről az elvont kérdésekről széles körök számára érthető módon beszélni nem könnyű feladat. Kerestem ezért annak a módját, hogyan lehet ezt az elvont témát közelebb hozni az érdeklődőkhöz. Ez a törekvés vezetett arra a gondolatra, hogy a szókratészi dialógus-formával tegyek kísérletet. A szókratészi dialógus ugyanis nemcsak formájában, hanem tartalmában is dialektikus, hiszen a gondolatokat keletkezésükben, fejlődésükben mutatja be, az elvont gondolatokat mintegy dramatizálja, ezáltal a figyelmet ébren tartja, és a megértést megkönnyíti.

Első dialógusom témájaként azt a kérdést választottam, hogy „Mi a matematika?”. E kérdés megvitatását azért is tartom fontosnak, mert iskolai matematikaoktatásunk még ma is messze van attól, hogy a matematikáról átfogó, helyes és korszerű képet alakítson ki. Ebben a dialógusban tőlem telhetően követni igyekeztem a szókratészi dialógusok módszerét, sőt, nyelvét is.

Azáltal, hogy a dialógus főszereplőjévé Szókratészt tettem, a párbeszéd abban a korban játszódik, amikor a mai értelemben vett matematika megszületett; ily módon a matematikát mintegy „in statu nascendi” mutatom be. A dialógusban Szókratész a tőle megszokott kérdezve-rávezető vitamódszert alkalmazza; a szókratészi dialógus-forma lényegéhez tartozik, hogy nem két felfogás ütközik össze, hanem a beszélgetők együttesen igyekeznek egy közös véleményt kialakítani, ismereteik és a vita tárgyát képező fogalmak logikai analízise alapján, és a helyes állásponthoz csak fokozatosan, több lépésben jutnak el. E műfaj lényegéhez tartozik, hogy a beszélgetés során olyan kijelentések hangzanak el - néha igen kategorikus formában -, amelyekről a vita későbbi fázisában a vitatkozó felek felismerik, hogy azok nem helytállóak, és ezért módosítják vagy esetleg teljesen el is vetik őket. Az ilyen dialógusból tehát mindig ki lehet ragadni olyan mondatokat, amelyek éppen az ellenkezőjét állítják a dialógus végkövetkeztetéseknek. Ennek következtében egy szókratészi dialógus szerves egészet alkot, amelynek mondanivalóját csak az érti meg, aki azt teljes egészében elolvassa. Mindezen sajátosságok a szókratészi dialógust elevenné, életszerűvé teszik, és így e forma különösen alkalmas bonyolult és elvont kérdések közérhető tárgyalására.

Még egy okom volt arra, hogy éppen ezt a formát válasszam: az a meggyőződésem (amit egyébként Szókratész zárószavaiban kifejezésre is juttattam), hogy a szókratészi módszer lényegét illetően szoros kapcsolatban áll a matematika módszerével. E meggyőződésemben nagymértékben megerősítettek Szabó Árpád alapvető matematikatörténeti kutatásai, amelyek az ókori görög matematika kialakulását egészen új megvilágításba helyezték.

Az első dialógus először 1961-ben hangzott el a Tudományos Ismeretterjesztő Társulatban, és a Valóság 1962. évi 3. füzetében (40-56.o.) jelent meg. 1962-ben előadták a dialógust franciául a párizsi Magyar Intézetben, és megjelent a Les Cahiers Rationalistes 208-209. füzetében (4-32.o.). A következő évben az amerikai és kanadai fizikusok Edmontonban tartott vándorgyűlésén is előadtam, és megjelent angolul a Canadian Mathematical Bulletin-ben, 1964-ben (3. füzet 441-462.o.), valamint a Physics Today [17 (1964) 24-36] és a Simon Stevin [38 (1964-65) 125-144] is lekötölte.

Az, hogy az első dialógus idehaza és külföldön egyaránt kedvező visszhangra talált, méghozzá mind matematikusok, mind pedig nem-matematikusok körében, felbátorított arra, hogy tovább kísérletezzem a műfajjal. Mivel az első dialógusban a matematika és a valóság viszonya csak nagy vonalakban, elvi, filozófiai vonatkozásban került megvitatásra, a következő dialógus középpontjába a matematika alkalmazásai kérdésének részletekbe menő megvitatását kívántam állítani. Kézenfekvő gondolat volt e dialógus főszereplőjéül Arkhimédészt, az első „alkalmazott matematikus”-t megtenni, akinek neve már az ókorban elválaszthatatlanul összefonódott a matematika gyakorlati felhasználásával. E dialógus angolul az Ontario Mathematics Gazette-ben jelent meg [2 (1964)28-40]. A történelmi keret korlátai azonban nem engedték meg, hogy e dialógusban mindazt összesűrítsem, amit e sokrétű kérdéstről elmondani kívántam.

Így jött létre a harmadik dialógus, amelyben a főszerepet Galilei viszi, aki az újkorban elsőnek ismerte fel és hirdette meggyőző erővel a matematikai módszer döntő jelentőségét a természet megismerésében. (E dialógus elhangzott a KFKI Joliot-Curie körében; rövidített változata a Fizikai Szemlében jelent meg [XV (1965) 5.]. E két dialógus tehát kiegészíti egymást, és egyben szerves folytatását alkotják az elsőnek. Ettől azonban formájukat illetően lényegesen különböznek. Arkhimédész és Galilei természetesen nem követik Szókratész módszerét; ők általában maguk válaszolnak a feltett kérdésekre, ahelyett, hogy kérdésekkel vezetnék rá beszélgetőtársaikat arra, hogy kitalálja, amit mondani akarnak. Ezáltal e dialógusokban le kellett mondanom a szókratészi párbeszéd belső feszültségének egyik fő rugójáról; ezt a hiányt próbáltam azzal ellensúlyozni, hogy e beszélgetések olyan pattanásig feszült, sorsdöntő

történelmi helyzetben játszódna le, amelynek dinamikája elválaszthatatlanul összefügg a vita tárgyát képező elvi kérdésekkel, és így az azok dialektikája által teremtett feszültséget mintegy felerősíti. Ami az érintett matematikai kérdések körét illeti, Arkhimédész, illetve Galilei személye lehetővé tette, hogy e dialógusok sokkal több konkrét matematikai fogalmat és eredményt öleljenek fel, mint az első, természetesen főként olyanokat, amelyek Arkhimédész, illetve Galilei saját matematikai felfedezései; ez utóbbiak jó része helyet kapott e dialógusokban.

Ezzel kapcsolatban néhány szót kell szólnom arról, ahogyan a történelmi hűség kérdését kezeltem. Mindhárom dialógusban törekedtem a korszerűsége, az anakronizmusok elkerülésére; így elsősorban is gondosan ügyeltem arra, hogy szereplőimnek ne tulajdonítsak olyan tárgyi ismereteket vagy nézeteket sem a matematikában, sem más téren, amelyekkel azok valójában nem rendelkezettek. Mivel azonban mind Arkhimédész, mind pedig Galilei úttörők voltak, akik nemcsak, hogy messze előtte jártak koruknak, hanem felfogásuk és szemléletük mai szemmel nézve is lényegében modern, ez a megkötés egyáltalán nem akadályozott abban, hogy elvi kérdéseket illetően mindazt elmondjam, amit akartam. A matematikai példák használatát illetően persze ez a megkötés azt jelentette, hogy túlnyomórészt az elemi matematika körében kellett maradnom, illetve az infinitezimális matematikában csak addig mehettem bele, ameddig Arkhimédész és Galilei - akik ennek is úttörői és előfutárai voltak - maguk eljutottak. Ennek a megkötésnek azonban előnyei is voltak, ugyanis segített abban, hogy ne nehezítsem meg a dialógus elvi mondanivalóinak megértését matematikus szemében egyszerűnek tűnő, de a laikus számára nehéz példákkal.

A történelmi hűség követelményét azonban nem fogtam fel olyan mereven, hogy csak olyan ismereteket és nézeteket tulajdonítsak szereplőimnek, amelyekkel azok dokumentálhatóan rendelkeztek, hanem olyan gondolatokat is tulajdonítottam nekik, amelyekről, ha nem is bizonyítható, de feltehető, hogy ezekre eljutottak, különösen olyan gondolatokkal kapcsolatban, amelyek annyira kézenfekvő és közvetlen követelményei azoknak az eredményeknek, amelyek éppen Arkhimédész, illetve Galilei nevéhez fűződnek, hogy egyenesen valószínű (bár ennek nem maradt fenn nyoma), hogy ezen gondolatok valóban megfordultak fejükben. Olyan esetekben azonban, ahol kimutatható, hogy bizonyos kérdésekben nem láttak tisztán, sőt, egyenesen téves nézeteik voltak, a történelmi hűség követelménye azt kívánta meg, hogy ezt nyíltan feltárjam. Így például tudjuk, Galilei azt hitte, hogy a bolygók körpályán mozognak a Nap körül, és nem ismerte fel, hogy a bolygókat Nap körüli pályájukon a gravitációs erő tartja meg; ennek megfelelően beszél Galilei dialógusomban is e kérdéstről.

Másrészt viszont a történelmi hűség követelményével összeegyeztethetőnek tartottam olyan merész feltevéseket, mint hogy például Arkhimédész eljutott a kibernetika bizonyos elveinek felismeréséhez, és egy prímszámszítáló gépet tervezett meg;<sup>\*</sup> vagy hogy Galileiben a két világrendszerről szóló dialógus újraolvasásakor a pere alatt, 1633-ban kételyek merültek fel az árapály jelenségre általa adott - téves - magyarázat helyességét illetően. E feltevéseket semmilyen dokumentummal nem tudom alátámasztani, és távol áll tőlem, hogy ezeket a hipotéziseket történelmileg megalapozottnak tartsam, csak annyit állítok: elképzelhető, hogy e feltételezések igazak, és megcáfolásukat a rendelkezésünkre álló adatok ugyanúgy nem teszik lehetővé, mint a bebizonyításukat. Úgy gondolom azonban, hogy a „költői szabadság” megengedi ilyen hipotézisek használatát. Ugyanez vonatkozik a második és harmadik dialógus keretét alkotó történelmi eseményekre is. Mind Szirakuza ostromát, mind pedig Galilei perét illetően minden

---

\* Ilyen berendezést először LEHMER írt le; lásd: D. H. LEHMER: A photoelectric number sieve. Amer. Math. Monthly 1933, 401-406.

lényeges ponton igyekeztem a történelmi tényekhez tartani magam. (Az egyetlen pont, amelyben a történelmi adatoktól tudatosan eltértem, az, hogy a második dialógus szerint Szirakuza védelmét i. e. 212-ben Hierón király vezeti, míg valójában ő már három évvel azelőtt meghalt.) Mindkét dialógusban szerepelnek olyan hipotetikus események, amelyek tényleges megtörténtéről nincs ugyan tudomásunk, de nem lehetetlen, hogy valóban megtörténtek. Ez a megjegyzés vonatkozik például Galilei megszőktetésének tervére: semmi adat nincs arra, hogy Torricelli és más, magukat valóban galileistának nevező fiatalok ilyen tervvel foglalkoztak, de elképzelhető, hogy volt ilyen szándék. Más tekintetben azonban lehetőségem volt arra, hogy oly mértékben ragaszkodjam a történelmi hűséghez, hogy olyan mondatokat adjak szereplőim szájába, amelyek szinte szó szerint megegyeznek fennmaradt munkáikban található, vagy kortársaik által nekik tulajdonított kijelentéseikkel. Ez a helyzet például Szókratész néhány kijelentését illetően, valamint azzal kapcsolatban, amit Arkhimédész a módszeréről, vagy azzal, amit Galilei a természet könyvének nyelvéről mond. (Az ilyen mondatok dőlt betűkkel vannak kiemelve.) Törekedtem arra is, hogy tőlem telhetően beleéljem magam az adott történelmi helyzetbe, és szereplőim egyéniségét a rendelkezésünkre álló adatoknak megfelelően mutassam be. A Galilei-dialógus esetében ehhez nagy segítséget jelentett Németh László Galilei-drámája; Torricelli és Niccolininé szerepeltetésének ötletét is ebből vettem.

Azok számára, akik a dialógusokban érintett tudománytörténeti kérdésekről részletesebben akarnak tájékozódni, irodalomjegyzéket is mellékelek. E jegyzék semmiképpen sem törekszik teljességre: csak olyan munkákat vettem fel ebbe, amelyeket a dialógusokhoz való anyaggyűjtés során különösen tanulságosnak találtam.

Ennyit tartottam szükségesnek elmondani arról, hogy milyen szándékok és szempontok vezettek e dialógusok megírásában. Ítélje meg az olvasó, hogy mennyire sikerült céljaimat megközelítenem.

*Rényi Alfréd*

## IRODALOMJEGYZÉK

Az I. Dialógushoz:

PLATÓN, összes művei, I-II. Magyar Filozófiai Társaság, Budapest 1943.

SZABÓ ÁRPÁD, Hogyan lett a matematika deduktív tudománnyá. I. Matematikai Lapok 8 (1975) 8-36.

SZABÓ ÁRPÁD, A görög matematika definíciós-axiomatikus alapjai. Matematikai Lapok 10 (1959) 72-121.

SZABÓ, Á., Der älteste Versuch einer definitorisch-axiomatischen Grundlegung der Mathematik. Osiris 14 (1962) 308-369.

A 2. Dialógushoz:

HEATH, T. L., The works of Archimedes with the Method of Archimedes. Dover, New York 1960.

HEATH, T.L., A manual of Greek mathematics. Dover, New York 1963.

PLUTARCHOS, Párhuzamos életrajzok. Görögből ford. és jegyzetekkel ellátta DR. KACSKOVICS KÁLMÁN, Budapest 1895, II. kötet, 119-159.

CLAGETT, M., Greek Science in Antiquity. Collier, New York 1955.

A 3. Dialógushoz:

GALILEI, G., Párbeszéd a két legnagyobb világrendszeréről, a ptolemaiosziról és a kopernikusziról. Ford. M. ZEMPLÉN JOLÁN. Európa Könyvkiadó, Budapest 1959.

DRAKE, S., Discoveries and opinions of Galilei. Doubleday, New York 1957.

GALILEI, G., Two new sciences. Dover, New York.

GEYMONAT, L., Galileo Galilei. Gondolat, Budapest 1961.

SANTILLANA, G. DE, The crime of Galilei. Mercury, London 1961.

ARMITAGE, A., The world of Copernicus. Signet Science Library, New York 1947.

GALILEO GALILEI, 1564-1964. Voproszi Isztorii Jesztentvoznianija i Techniki Nauka, Moszkva 16 (1954).