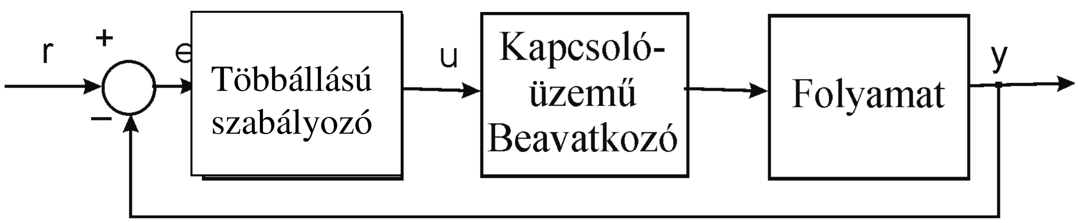
4 Tétel – Két- és háromállású szabályozók. A szabályozási rendszer válasza és tulajdonságai. Popov stabilitási kritérium

Structuri de regulatoare bipoziționale și tripoziționale. Răspunsul și performanțele sistemului. Criteriul de stabilitate al lui Vasile Mihai Popov.

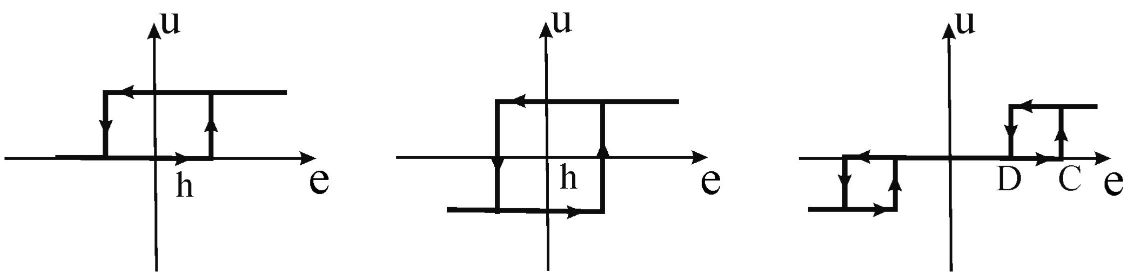
4.1. Két- és háromállású szabályozók.

A két- és háromállású szabályozók nem-folytonos kimenettel rendelkeznek. A kimenet két vagy három diszkrét értéket vehet fel a szabályozási hiba függvényében. Alkalmazásukat egyszerű struktúrájuk és megvalósíthatóságuk, kis költségük motiválja. Lassú folyamatok esetében kielégítő szabályozási pontosság érhető el velük. Fő előnyük, hogy gyors (válaszidőben optimális) szabályozást biztosítanak. Ez annak tulajdonítható, hogy a relé-szerű kimenetüknek köszönhetően a beavatkozó teljes energiáját rövid idő alatt beviszik a folyamatba.



4.1. Ábra. Szabályozási rendszer többállású szabályozóval

A kétállású szabályozó a hiba függvényében két fix értéket képes kiadni ($u=+1;u=-1$ vagy $u=1,u=0$), ennek megfelelően a beavatkozó szerv is két üzemmódban működhet a kiadott vezérlőjel függvényében. A túl gyors kapcsolás elkerülésére a szabályozót (h szélességű) hiszterézissel módosíthatjuk. (lásd 4.2. Ábra)
A háromállású szabályozónak a +/-1 kimenetek mellett van egy érzéketlenségi zónája, amikor a vezérlőjel értéke 0. (lásd 4.2. Ábra)



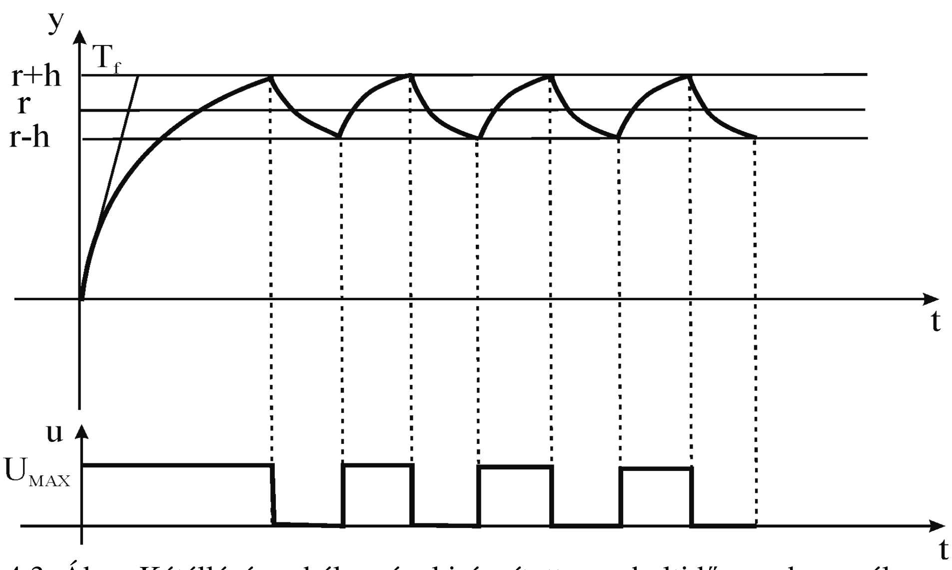
4.2. Ábra. Többállású szabályozók statikus átvitele

4.1.1. A szabályozási rendszer válasza kétállású szabályozóval

Feltételezzük, hogy az irányított folyamat *elsőfokú átviteli függvénny*el modellezhető, és a rendszer *nem tartalmaz holtidőt.*

$$H_f(s) = \frac{K_f}{T_f s + 1}$$

Az alkalmazott szabályozó legyen az *u=1,u=0* kimeneteket biztosító, *h* szélességű hiszterézissel rendelkező kétállású szabályozó. Amennyiben kezdetben a folyamat kimenete zéró és az előírt érték zérónál nagyobb, mindaddig, amíg a szabályozási hiba $e=r-y<h$ a szabályozó kimenete $u=+1$. A folyamat kimenete exponenciálisan nőni fog. Amikor $y=r+h$, a szabályozó kimenete zéróvá válik, és zéró is marad mindaddig, amíg a folyamat kimenete nem csökken *r-h* érték alá. Ekkor a szabályozó visszakapcsol, $u=+1$, és a folyamat kimenete ismét exponenciálisan nőni fog. Így a folyamat kimenete *h* amplitúdóval lengeni fog az előírt érték körül, tehát a hiszterézis szélessége határozza meg a szabályozási pontosságot.

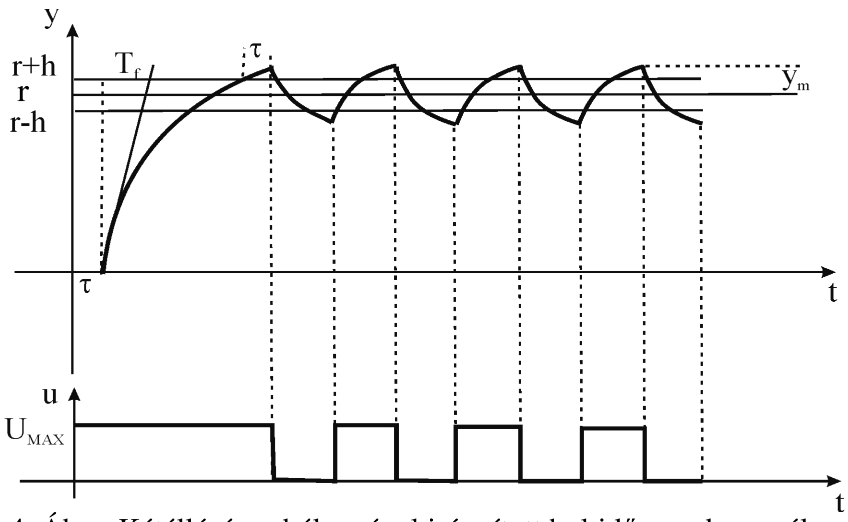


4.3. Ábra. Kétállású szabályozóval irányított nem holtidős rendszer válasza

Vizsgáljuk meg azt az esetet is, amikor az irányított folyamat *elsőfokú átviteli függvénny*el modellezhető és a rendszer *tartalmaz holtidőt.*

$$H_f(s) = \frac{K_f}{T_f s + 1} e^{-s\tau}$$

Az irányított folyamat válasza hasonló lesz az előző esethez, de a holtidő miatt a lengések periódusa megnő és a maximális eltérés az előírt értéktől ugyancsak nagyobb lesz.



4.4. Ábra. Kétállású szabályozóval irányított holtidős rendszer válasza

4.1.2. A szabályozás tulajdonságai

A kétállású szabályozás esetében a folyamat kimenete az előírt érték körül lengeni fog. A szabályozás analízisekor ezeknek a lengéseknek a tulajdonságait vizsgáljuk. Feltételezzük, hogy *a rendszer holtidőt tartalmaz és hogy a hiszterézis h szélessége 0.*

I. Legnagyobb eltérés: a tranziens lejárta után a folyamat kimenetének az előírt értékhez viszonyított legnagyobb eltérése:

$$y_m = \tau tg\alpha = y_{\max}\frac{\tau}{T_f}$$

y_{max} jelöli a nem irányított (nyílt rendszer) által maximálisan elérhető kimenetet.

II. Lengések tartománya: (a pozitív és negatív irányban a legnagyobb eltérések távolsága)

$$\Delta y = 2y_m$$

III. A lengések periódusa: Állandósult állapotban egy teljes lengés periódusa: $T_m=4\tau$, ha a hiszterézis szélessége 0.

IV. Állandósult állapotbeli hiba: átlageltérés az előírt értéktől.

Amennyiben *a hiszterézis szélessége nem nulla*, a lengések periódusa megnő, és:

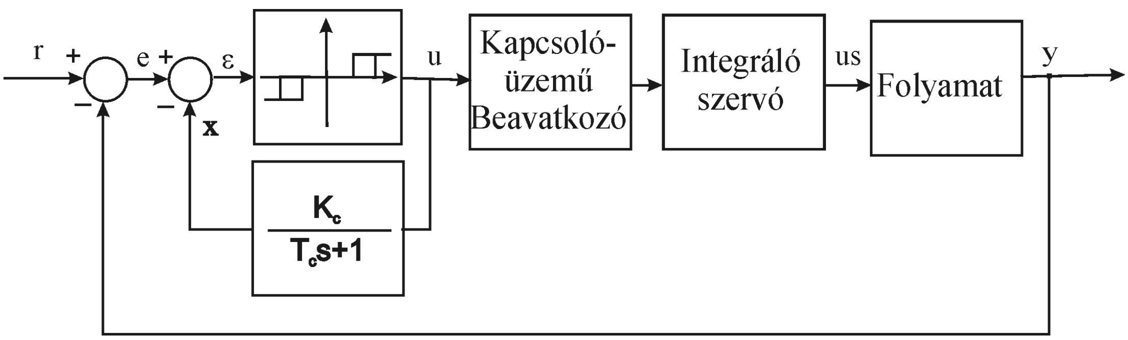
$$y_m = h + y_{\max}\frac{\tau}{T_f},$$

A tulajdonságokat a hiszterézis szélessége valamint a rendszer időállandói nagymértékben meghatározzák. A hiszterésis szélessége a legnagyobb eltérésre és a lengések tartományára van hatással. *A hiszterézis szélességének csökkentése nagyobb* *kapcsolási frekvenciát von maga után, ami a beavatkozó károsodásához vezethet.* A τ/T_f arány ugyancsak a legnagyobb eltérésre és a lengések tartományára van hatással.

4.1.3. Időarányos működésű háromállású szabályozó

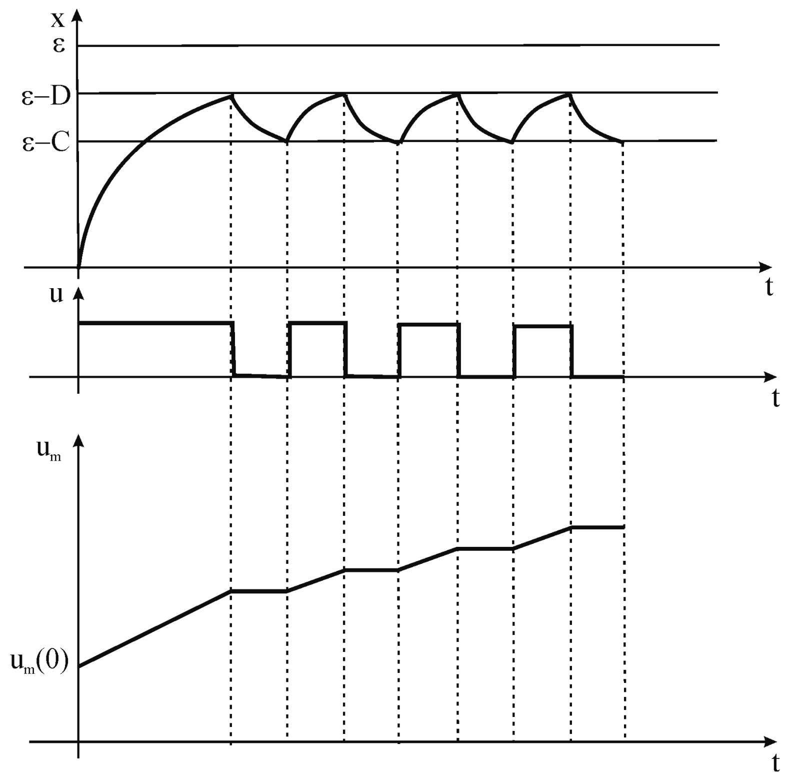
A szabályozóstruktúra egy háromállású hiszterézises szabályozóból áll, aminek a kimenete egy elsőfokú rendszeren keresztül negatívan vissza van csatolva a bemenetére A szabályozó kimenetét egy integrátorra vezetjük rá (ez általában egy szervomotor, amelynek feszültségbemenete a szabályozó által kiszámított vezérlőjel, a kimenete a pozíció (elfordulás)). Ezzel a kialakítással a klasszikus PI szabályzóhoz hasonló viselkedést lehet elérni:

$$H_{PI}(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$



4.5. Ábra Szabályozási rendszer időarányos működésű háromállású szabályozóval

A PI jelleget a szabályozóstruktúra *egységugrásra adott válasz*ával láthatjuk be. Feltételezzük, hogy a szabályozási hiba $e>0$ konstans és a háromállású szabályozó hiszterézise a bemenetének C illetve D értékénél kapcsol. (lásd 4.2. Ábra).
A szabályozó u kimenete mindaddig 1, amíg e-x értéke nagyobb, mint D. De mivel u értéke 1, x folyamatosan nő. Amikor $e-x<D$ a szabályozó kimenete nullává válik. Ennek hatására x értéke csökken. Amikor $e-x>C$, a szabályozó kimenete ismét 1-re vált. Ekkor x ismét nőni kezd.. (lásd 4.6. Ábra). Az integráló szervó pozíciója szakaszosan nő, tehát megközelítőleg PI szerű viselkedést mutat.

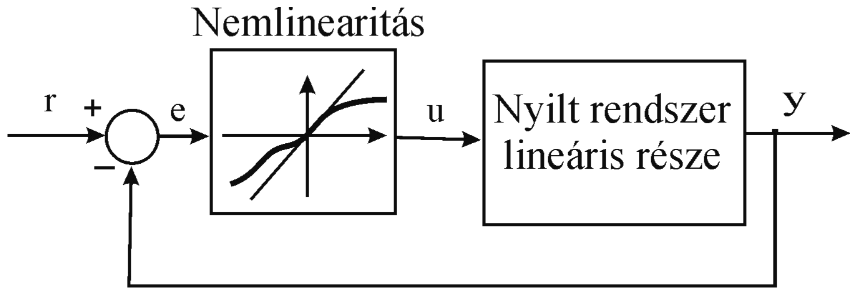


4.6. Ábra Időarányos működésű háromállású szabályozó válasza egységugrásra *(u_m=u_s)*

A szabályozó nagy előnye, hogy az *automata-kézi átkapcsoláskor* a vezérlőjelben nem jelennek meg ugrások, mivel a szabályozóval sorban van az integráló beavatkozó, ami megőrzi a vezérlőjel utolsó értékét (automata üzemmódban), és innen lehet majd a kézi irányítást indítani.

4.2. Popov stabilitási kritérium (abszolút stabilitás)

Nemlineáris elemeket is tartalmazó szabályozási rendszerekre kidolgozott stabilitási kritérium. (lásd 4.7. Ábra)

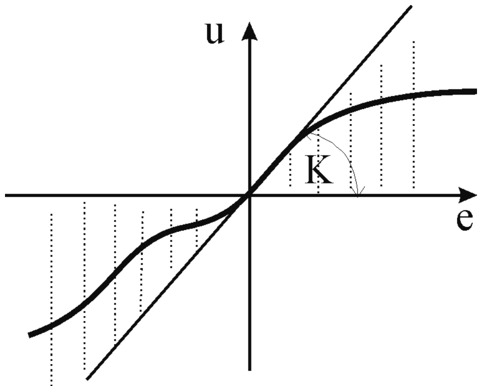


4.7. Ábra. Egy nemlineáris elemet tartalmazó szabályozási hurok

Feltételezzük, hogy a nyílt rendszer egy stabil lineáris modellel leírható részt (*H(jω)*) valamint egy statikus nemlinearitást tartalmaz (*f(e)*) , amely az alábbi tulajdonságokkal rendelkezik:

I. $f(0)=0$

II. f legnagyobb meredeksége k, azaz $0 \le \frac{f(e)}{e} \le k, \forall e \ne 0$ (lásd 4.8. Ábra)



4.8. Ábra. a [0,K] tartományban levő statikus nemlinearitás

A feltételek alapján a nemlinearitás a vízszintes tengely és egy, az origón áthaladó, k dőlésű egyenes közötti tartományban kell, hogy legyen.

Popov stabilitáskritérium:

A zárt szabályozási rendszer abszolút stabil, ha létezik $\alpha>0$ úgy, hogy:

1. *$H(j\omega)$ stabil*
2. *A nemlinearitás teljesíti az I., II. feltételeket*
3. $\mathrm{Re}[(1+j\alpha\omega)H(j\omega)]+\frac{1}{k}>0, \forall\omega\ge 0$

A kritérium *grafikus interpretálása*:

A fenti 3. feltételből következik, hogy:

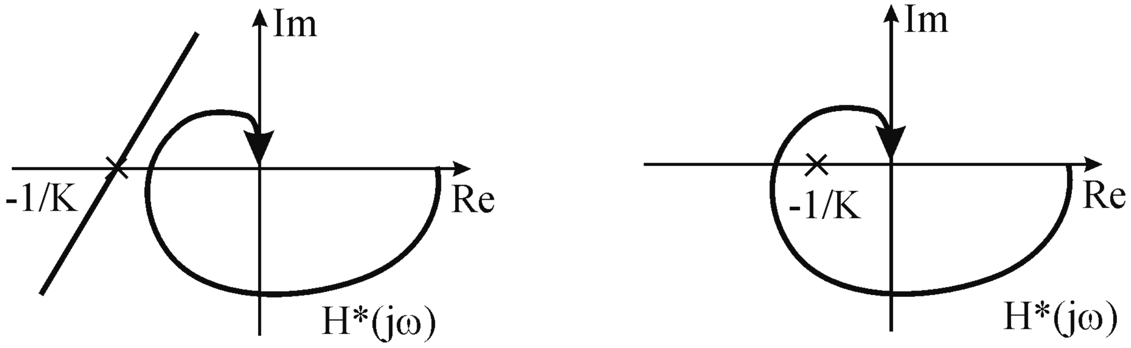
$$\mathrm{Re}[(1+j\alpha\omega)H(j\omega)]=$$

$$=\mathrm{Re}[H_N(j\omega)]-\alpha\omega\mathrm{Im}[H_N(j\omega)]>-\frac{1}{k}, \forall\omega\ge 0$$

Legyen a görbe Popov görbe:

$$H^*(j\omega)=\mathrm{Re}[H_N(j\omega)]+j\omega\mathrm{Im}[H_N(j\omega)]$$

A Popov stabilitás kritériummal ekvivalens az alábbi kijelentés: *a zárt rendszer abszolút stabil, ha az 1., 2. feltétel teljesül, és ha létezik α>0 úgy, hogy a Popov görbe a komplex síkban a Re()-αIm()=-1/K egyenes jobb oldalán marad* $\forall\omega\geq 0$. *(lásd 4.7. Ábra)*



4.7. Ábra. Popov kritérium alkalmazása.
Stabil (bal oldali ábra) és instabil (jobb oldali ábra) rendszerek