A kiszámított nyomatékok módszere

(CTM - Computed Torque Method)

A robotkarok PD+G és PID irányítási módszerei csak a Ponttól Pontig irányítás esetében garantálják a nulla állandósult állapotbeli hibát illetve csak az előírt referenciapont közelében és a kis sebességek tartományában írható elő a tranziens viselkedés.
A kiszámított nyomatékok módszere pályakövetésre alkalmazható irányítási módszer, előírható a pálya-menti mozgás tranziens viselkedése is.
Legyenek adva a robot referencia pályáját leíró időfüggvény (előírt csuklópozíciók, csuklózsebességek és csuklógyorsulások):

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{ref} = \mathbf{q}_{ref}(t) \in R^n \\ \dot{\mathbf{q}}_{ref} = \dot{\mathbf{q}}_{ref}(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_{ref} = \ddot{\mathbf{q}}_{ref}(t) \end{cases}$$

Az irányítási megvalósításához szükséges ismernünk a robot dinamikus modelljét, a modell paramétereit

$$H(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \tag{1}$$

Az egyenletben H – a robotkar tehetetlenségi mátrixa C – Cetrifrugális és a Coriolis erők hatását leíró tag, $\boldsymbol{G}$ – a gravitációs erő hatását leíró vektor.
A robotkaron mérjük a csukló pozíciókat illetve a csuklósebességeket ($\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}$).
A nemlineáris erőhatások kompenzálása: A kiszámított nyomatékok módszere esetében az irányítási algoritmust az alábbi formában számítjuk:

$$\boldsymbol{\tau} = H(\mathbf{q})\boldsymbol{\tau}_l + C(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \tag{2}$$

A $\boldsymbol{\tau}_l$ tagot (a lineáris része a beavatkozó jelnek), utólag tervezzük meg.
Ezzel a beavatkozó jellel a robot dinamikus viselkedését leíró egyenlet:

$$\begin{gathered} H(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = H(\mathbf{q})\boldsymbol{\tau}_l + C(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \\ \ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}_l \end{gathered} \tag{3}$$

Tehát a kiszámított nyomatékok módszere kompenzálja a nemlineáris erőhatásokat, a robot ezzel a beavatkozó jellel lineáris viselkedést mutat.
A lineáris tag meghatározása: a $\boldsymbol{\tau}_l$ tagot a pályakövetési hiba függvényében határozzuk meg:

$$\boldsymbol{\tau}_l = \ddot{\mathbf{q}}_{ref} + K_V\left(\dot{\mathbf{q}}_{ref} - \dot{\mathbf{q}}\right) + K_P\left(\mathbf{q}_{ref} - \mathbf{q}\right) \tag{4}$$

A $K_P > 0$ és $K_V > 0$ diagonális mátrixok. Ezzel az irányított robot, illetve a pályakövetési hiba viselkedését az alábbi egyenletrendszer írja le:

$$\begin{gathered} \ddot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}}_{ref} + K_V\left(\dot{\mathbf{q}}_{ref} - \dot{\mathbf{q}}\right) + K_P\left(\mathbf{q}_{ref} - \mathbf{q}\right) \\ \left(\ddot{\mathbf{q}}_{ref} - \ddot{\mathbf{q}}\right) + K_V\left(\dot{\mathbf{q}}_{ref} - \dot{\mathbf{q}}\right) + K_P\left(\mathbf{q}_{ref} - \mathbf{q}\right) = 0 \end{gathered} \tag{5}$$

A K_P és K_V diagonális mátrixok elemeit úgy határozzuk meg, hogy az alábbi karakterisztikus polinom összes gyökének valós része szigorúan negatív legyen.

$$s^2 + K_{Vi}s + K_{Pi} = 0 \tag{6}$$

Amennyiben elvárt, hogy a pályakövetési hibának ne legyen túllövése, a K_{Pi} és K_{Vi} paramétereket pgy kell megválasztani, hogy a (6) egyenlet két gyöke szigorúan negatívak és valósak legyenek.

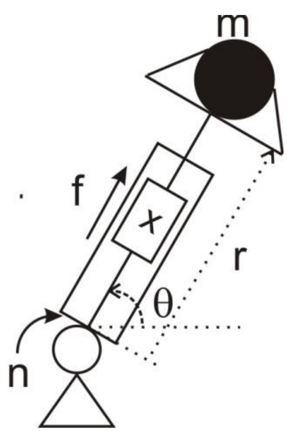
Az irányítás összefoglalása: A kiszámított nyomatékok módszere az alábbi alakban implementálható:

- Meghatározzuk off-line a K_P és K_V mátrixokat.
- A pályatervező szolgáltatja a $\mathbf{q}_{ref}, \dot{\mathbf{q}}_{ref}, \ddot{\mathbf{q}}_{ref}$ előírt pályát
- Mért $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$
- Kiszámoljuk és alkalmazzuk a beavatkozó jelet az alábbi formában:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau}_l = \ddot{\mathbf{q}}_{ref} + K_V\left(\dot{\mathbf{q}}_{ref} - \dot{\mathbf{q}}\right) + K_P\left(\mathbf{q}_{ref} - \mathbf{q}\right) \\ \boldsymbol{\tau} = H(\mathbf{q})\boldsymbol{\tau}_l + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \end{cases} \tag{8}$$

Példa: Két-szabadságfokú RT kar pályakövetést megvalósító irányítása.

Legyen az ábrán látható két-szabadságfokú kar egy rotációs (R) és egy transzlációs (T) csuklóval.



Legyen a csuklópozíciók vektora:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \theta \\ r \end{pmatrix}$$

ahol θ az első, rotációs csukló szögelfordulása, r a második, transzlációs csukló pozíciója.

Legyen n a rotációs csukló beavatkozója által kifejtett nyomaték és f a transzlációs csukló beavatkozója által kifejtett erő. Ezekkel a jelölésekkel a robot általánosított bemeneti erővektora:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} n \\ f \end{pmatrix}.$$

Legyen a robot által mozgatott pontszerű tárgy tömege m, jelölje g a gravitációs gyorsulást. Feltételezzük, hogy a robotszegmens tömege elhanyagolható m-hez képest.

A robot dinamikus modelljét az (1) összefüggés adja, amelyben a tagok.

$$H(\mathbf{q})=\begin{pmatrix} mr^2 & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \qquad \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})=\begin{pmatrix} 2mr\dot{r}\dot{\theta} \\ -mr\dot{\theta}^2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{G}(\mathbf{q})=\begin{pmatrix} mgr\cos(\theta) \\ mg\sin(\theta) \end{pmatrix}$$

Adott az előírt robotpálya:

$$\mathbf{q}_{ref}(t)=\begin{pmatrix} \theta_{ref}(t) \\ r_{ref}(t) \end{pmatrix}$$

A robot beavatkozó jeleit a pályakövetési feladat megoldásához (8) összefüggés alapján számíthatjuk.

Legyen

$$K_P=\begin{pmatrix} K_{P1} & 0 \\ 0 & K_{P2} \end{pmatrix}, \quad K_V=\begin{pmatrix} K_{V1} & 0 \\ 0 & K_{V2} \end{pmatrix}$$

ahol $K_{Pi}>0$, $K_{Vi}>0$, $i=1,2$ a szabályozó paramétereket úgy kell megválasztani, hogy a (6) egyenletgyökei szigorúan negatívak és valósak kell, hogy legyenek.

A beavatkozó jelek:

$$\boldsymbol{\tau}=\begin{pmatrix} n \\ f \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} mr^2 & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} \ddot{\theta}_{ref}(t) \\ \ddot{r}_{ref}(t) \end{pmatrix}+K_V\left(\begin{pmatrix} \dot{\theta}_{ref}(t) \\ \dot{r}_{ref}(t) \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \dot{r}(t) \end{pmatrix}\right)\right)+K_P\left(\begin{pmatrix} \theta_{ref}(t) \\ r_{ref}(t) \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} \theta(t) \\ r(t) \end{pmatrix}\right)+\begin{pmatrix} 2mr\dot{r}\dot{\theta} \\ -mr\dot{\theta}^2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} mgr\cos(\theta) \\ mg\sin(\theta) \end{pmatrix}$$

A kiszámított nyomatékok módszere – Kibővítés integrátor taggal

Abban az esetben alkalmazzuk, ha a robotcsuklókat meghajtó áttételekben és beavatkozókban a Coulomb súrlódás hatása nem hanyagolható el. Ez a súrlódási erő a robot modell bemenetén egy szakaszosan konstans terhelésként jelenik meg:

$$\begin{aligned} &H(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}+C(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{G}(\mathbf{q})=\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}_{FC} \\ &\boldsymbol{\tau}_{FC}=F_C\,\mathrm{sgn}(\dot{\mathbf{q}}) \end{aligned} \tag{9}$$

F_C=diag(F_{Ci}), $F_{Ci}>0$.

A konstans bemeneti terhelés elnyomására integráló szabályozást alkalmazhatunk. A kiszámított nyomatékok módszere esetében a nemlineáris erőhatások kompenzálása ugyanúgy történik ((8) összefüggés, második egyenlet), a lineáris beavatkozó jelet pedig az alábbi módon számoljuk:

$$\boldsymbol{\tau}_l=\ddot{\mathbf{q}}_{ref}+K_V\left(\dot{\mathbf{q}}_{ref}-\dot{\mathbf{q}}\right)+K_P\left(\mathbf{q}_{ref}-\mathbf{q}\right)+K_I\int_0^t\left(\mathbf{q}_{ref}-\mathbf{q}\right)d\xi \tag{10}$$

K_I=diag(K_{Ii}), $K_{Ti}>0$.

Az integráló tag biztosítja a nulla állandósult állapotbeli hibát nulla csuklósebességek esetén.

Ebben az esetben a robotirányítási rendszer lineáris részének dinamikája:

$$\begin{gathered}\left(\ddot{\mathbf{q}}_{ref}-\ddot{\mathbf{q}}\right)+K_V\left(\dot{\mathbf{q}}_{ref}-\dot{\mathbf{q}}\right)+K_P\left(\mathbf{q}_{ref}-\mathbf{q}\right)+K_I\int_0^t\left(\mathbf{q}_{ref}-\mathbf{q}\right)d\xi=0\\ \left(\dddot{\mathbf{q}}_{ref}-\dddot{\mathbf{q}}\right)+K_V\left(\ddot{\mathbf{q}}_{ref}-\ddot{\mathbf{q}}\right)+K_P\left(\dot{\mathbf{q}}_{ref}-\dot{\mathbf{q}}\right)+K_I\left(\mathbf{q}_{ref}-\mathbf{q}\right)=0\end{gathered} \tag{11}$$

A stabil, túllövés-mentes tranziens viselkedés eléréséhez a szabályozó paramétereit úgy választjuk meg, hogy az alábbi karakterisztikus gyökei valósak és negatívak legyenek:

$$s^3+K_{Vi}s^2+K_{Pi}s+K_{Ii}=0 \tag{12}$$

Kiszámított nyomatékok módszere világkoordinátákban

Világkoordinátákban megvalósított pályakövető irányítás esetén a robot végberendezésének írjuk elő a pályát és nem a robot csuklóinak, mint a kiszámított nyomatékok módszere esetében.
A pályatervező modul megadja vegberendezés előírt térbeli $\boldsymbol{x}_{ref}$ konfigurációját (pozícióját illetve orientációját), sebességét és gyorsulását adja meg az irányítási algoritmusnak:

$$\begin{cases}\mathbf{x}_{ref}=\mathbf{x}_{ref}(t)\in R^m, m\le 6\\ \dot{\mathbf{x}}_{ref}=\dot{\mathbf{x}}_{ref}(t)\\ \ddot{\mathbf{x}}_{ref}=\ddot{\mathbf{x}}_{ref}(t)\end{cases} \tag{13}$$

Az előírt végberendezés konfiguráció maximum 6 komponensű vektor (maximum 3 térbeli koordinátát és 3, az orientációt leíró, szöget tartalmaz.
A módszer előnye, hogy a pályatervező modul nem kell átszámolja a pozíciókat sebességeket és gyorsulásokat csuklókoordinátákba, tehát nem kell megoldani az inverz geometriai és kinematikai feladatot.
Az irányítás megvalósításához mérnünk kell a csuklók pozícióját és sebességét ($\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}$) valamint ez alapján számoljuk a végberendezés $\mathbf{x}$ konfigurációját (pozícióját és orientációját) illetve sebességét ($\dot{\mathbf{x}}$). A csuklópozíciók alapján a végberendezés sebességét a direkt geometriai feladat segítségével számoljuk, a végberendezés sebességét pedig a Jacobi mátrix segítségével kapjuk:

$$\begin{cases}\mathbf{x}=\mathbf{x}(\mathbf{q})\\ \dot{\mathbf{x}}=\dfrac{\partial\mathbf{x}}{\partial\mathbf{q}}\dot{\mathbf{q}}=J(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}\end{cases} \tag{14}$$

Az irányítás tervezéséhez írjuk fel a végberendezés gyorsulását:

$$\ddot{\mathbf{x}}=J\,\ddot{\mathbf{q}}+\dot{J}\,\dot{\mathbf{q}} \tag{15}$$

Felhasználva a robot dinamikus modelljét (1), felírhatjuk a végberendezés gyorsulását a $\boldsymbol{\tau}$ beavatkozó jel függvényében:

$$\ddot{\mathbf{x}} = J(\mathbf{q})\, H(\mathbf{q})^{-1}\left(\boldsymbol{\tau} - C(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}(\mathbf{q})\right) + \dot{J}(\mathbf{q})\,\dot{\mathbf{q}} \tag{16}$$

A kiszámított nyomatékok módszeréhez hasonlóan úgy választjuk meg a beavatkozó jelet, hogy az kompenzálja a nemlinearátások hatását, linearizálja a robotirányítási rendszert:

$$\boldsymbol{\tau} = H(\mathbf{q}) J(\mathbf{q})^{-1}\left(\boldsymbol{\tau}_{xl} + C(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q})\right) - \dot{J}(\mathbf{q})\,\dot{\mathbf{q}} \tag{17}$$

A beavatkozó jel csak akkor megvalósítható, ha $\det\left(J(\mathbf{q})\right) \neq 0$ vagyis a robot nincs szinguláris konfigurációban. Ezért ennél az irányítási módszernél kiemelten fontos, hogy az előírt pálya elkerülje a szinguláris konfigurációkat.

Ezzel a beavatkozó jellel a robotirányítási rendszert az alábbi modell írja le:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\tau}_{xl} \tag{18}$$

A lineáris beavatkozó jelet olyan formában adjuk meg mint a a kiszámított nyomatékok módszere esetében, csak ez esetben $\boldsymbol{\tau}_{xl}$ a végberendezés pályakövetési hibájától fog függeni:

$$\boldsymbol{\tau}_{xl} = \ddot{\mathbf{x}}_{ref} + K_V\left(\dot{\mathbf{x}}_{ref} - \dot{\mathbf{x}}\right) + K_P\left(\mathbf{x}_{ref} - \mathbf{x}\right) \tag{19}$$

A stabil, túllövésmentes válaszhoz, K_P és K_V diagonális mátrixok elemeit úgy határozzuk meg, hogy az alábbi karakterisztikus polinom összes gyökének valós része szigorúan negatív és valós legyen.

$$s^2 + K_{Vi} s + K_{Pi} = 0 \tag{20}$$

Ezzel a választással a $\boldsymbol{\tau}_{xl}$ és $\boldsymbol{\tau}$ által megadott irányítási algoritmus garantálja, hogy a végrendezés konfigurációjának pályakövetési hibája túllövésmentesen nullához tartson.

Hibrid pozíció és erőirányítás

Számos robotikai alkalmazásnál a végberendezés kontaktusba kerül a környezetével (például összeszerelési és megmunkálási feladatok). Ezeknél az alkalmazásoknál célszerű a robot munkaterének bizonyos irányaiba erőirányítást -, más irányokba pozícióirányítást végezni. Például fúrási feladatoknál a fúrás irányában konstans erőt kell biztosítani.

Másrészt az irányítási algoritmust úgy kell megtervezni, hogy az kompenzálja a környezet által kifejtett erő hatását a robotkar dinamikus viselkedésére, mozgására.

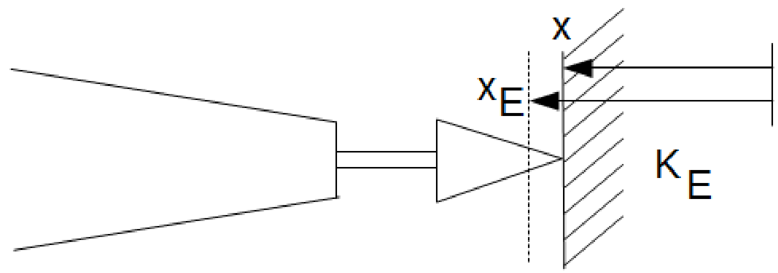
Erőirányításhoz célszerű a robotkar végberendezését felszerelni erő és nyomatékérzékelőkkel felszerelni, amelyek képesek mérni a környezet által kifejtett erőhatásokat a robot végberendezésére.

A környezet modellezése

Feltételezve, hogy a robot általában fémes felületekkel érintkezik, a környezetet modellezhetjük, mint egy nagy merevségű rugót. Ennek megfelelően a környezet által, a robot végberendezésére kifejtett erő abszolút értéke:

$$F = K_E(x - x_E) \tag{21}$$

x a végberendezés pozícióját jelöli, K_E, x_E pedig a környezetre jellemző paraméterek, a K_E merevségparamétert ismertnek tekintjük.



A statikus erők és nyomatékok transzformálása

Az irányítás tervezéséhez fontos azt ismerni, hogy a végberendezésre ható erők/nyomatékok milyen erő- illetve nyomatékhatást fejtenek ki a robot egyes csuklótengelyeire.
Ennek megválaszolására a munka definíciójából indulunk ki: egy s úton végighaladó, F erőt kifejtő erő által végzett munka az F s menti integrálja: $W = \int_{s0}^{sf} F ds$

Fejtsen ki a környezet egy **F** erőt a robot végberendezésére. Így a környezet által infinitezimálisan kis ***dx*** elmozduláshoz a robotkaron végzett munka:

$$W = \mathrm{F}^T \, \mathbf{dx} \tag{22}$$

F és ***dx*** maximum hatkomponensű vektorok.

Ugyanezt a munkát felírhatjuk csuklókoordinátákban is infinitezimálisan kis ***dq*** csuklóelmozdulásra:

$$W = \boldsymbol{\tau}_E{}^T \mathbf{dq} \tag{23}$$

Itt $\boldsymbol{\tau}_E$ az az erő- és nyomatékkomponenseket tartalmazó vektor. Ezek az erő- és nyomatékkomponensek, amelyeket a környezet fejt ki a csuklótengelyekre. $\boldsymbol{\tau}_E$ és ***dq*** dimenziója DOF.
Mivel ugyanazt a munkáét írtuk fel csukló és világkoordinátákban:

$$W = \boldsymbol{\tau}_E{}^T \mathbf{dq} = \mathrm{F}^T \, \mathbf{dx}$$

$$\boldsymbol{\tau}_E = \left(\frac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dq}} \right)^T \mathrm{F} \tag{24}$$

Vegyük észre, hogy $\frac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dq}}$ a robot Jacobi mátrixa. Tehát környezet által a robotra kifejtett hatás csuklókoordinátákban az alábbi alakban számítható:

$$\boldsymbol{\tau}_E = J(\mathbf{q})^T \, \mathrm{F} \tag{25}$$

Ennek megfelelően, ha mérjük a környezet által a robot végberendezésére ható erő- és nyomatékkomponenseket, a fenti összefüggéssel kiszámolhatjuk, a környezeti erők hatását a robot csuklóira.

A robot dinamikus modelljében a környezeti erők hatása az alábbi módon jelenik meg:

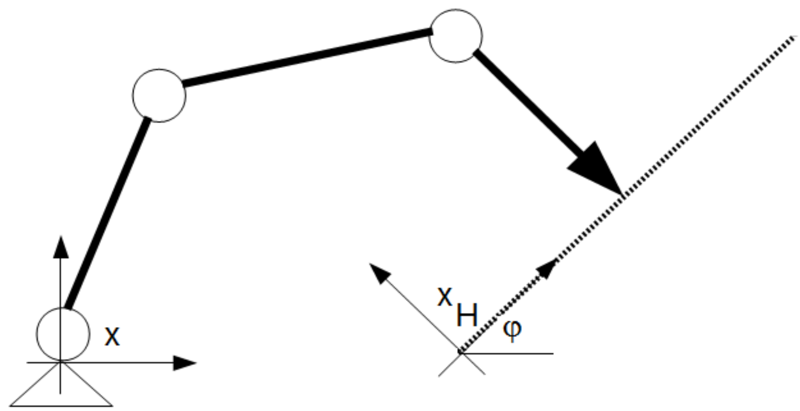
$$
\begin{aligned}
H(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\tau}_E &= \boldsymbol{\tau} \\
H(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + J(\mathbf{q})^T F &= \boldsymbol{\tau}
\end{aligned} \tag{26}
$$

A hibrid pozíció- és erőirányítási algoritmus

Az algoritmus segítségével a munkatér adott irányaiban pozícióirányítást (például pozíciópálya követést) más irányaiban erőirányítást (például konstans erő biztosítását) tudunk biztosítani. A pozíciószabályozás és erőszabályozás irányai merőlegesek kell legyenek. Például ha táblára írunk, akkor a tábla síkjához rendelt *x0y* koordinátarendszer *0x* és *0y* irányai mentén pozíciószabályozást, a táblára merőleges 0z tengelyre erőirányítást végzünk, lásd az ábrát.

Számos alkalmazásnál a pozíciószabályozás és a nem felelnek meg a munkatérhez rendelt koordinátarendszer koordinátáinak. Az alábbi ábrán a robot egy síkbeli dőlt egyenes mentén végez megmunkálást. A felületre merőleges irányban erőszabályozást a felület mentén pozíciószabályozást. A robot bázis-koordinátarendszere és a hibrid pozíció és erőirányításhoz alkalmazott koordinátarendszer (hibrid koordinátarendszer) közötti transzformáció:

$$\mathbf{x}_H = Rot(z,\varphi)\cdot\mathbf{x} \tag{27}$$



A hibrid pozíció- és erőirányítás megvalósításához mindig ismernünk kell a munkatér bázis-koordinátarendszere és a hibrid koordinátarendszer közötti T_H transzformációt.

$$\mathbf{x}_H = T_H(\mathbf{x}) \tag{28}$$

A hibrid koordináták a csuklópozíciók függvényében:

$$\mathbf{x}_H = T_H(\mathbf{x}(\mathbf{q})) = T_H(\mathbf{q}) \tag{29}$$

A sebesség és gyorsulás-összefüggés:

$$\dot{\mathbf{x}}_H = \frac{\partial T_H(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} = J_H(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \tag{29}$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_H = J_H(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \dot{J}_H(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \tag{30}$$

$J_H(\mathbf{q})$ a hibrid koordinátarendszerhez tartozó Jacobi mátrix.

Az $\mathbf{x}_H$ egy maximum 6 komponensű vektor, amelynek egyes koordinátái mentén pozíciópálya követést, más koordinátái mentén erőszabályozást végzünk.

Ha az *i*-ik koordináta mentén pozíció pályakövetést szeretnénk, adott az előírt pozíciópálya:

$$\begin{aligned} x_{iHref} &= x_{iHref}(t) \\ \dot{x}_{iHref} &= \dot{x}_{iHref}(t) \\ \ddot{x}_{iHref} &= \ddot{x}_{iHref}(t) \end{aligned} \tag{31}$$

Ha az *i*-ik koordináta mentén erőszabályozást szeretnénk, adott az előírt erő/nyomaték:

$$F_{iref} = konst. \tag{32}$$

Felhasználva a robot dinamikus modelljét, írjuk fel a $\ddot{\mathbf{x}}_H$-t a $\boldsymbol{\tau}$ beavatkozó jel függvényében:

$$\ddot{\mathbf{x}}_H = J_H(\mathbf{q})H^{-1}(\mathbf{q})\left(-C(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}(\mathbf{q}) - J(\mathbf{q})^T F + \boldsymbol{\tau}\right) + \dot{J}_H(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \tag{33}$$

A beavatkozó jelet úgy választjuk, hogy az linearizálja a robotirányítási rendszert:

$$\boldsymbol{\tau} = H(\mathbf{q})J_H(\mathbf{q})^{-1}\left(\boldsymbol{\tau}_{Hl} + C(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + J(\mathbf{q})^T F\right) - \dot{J}_H(\mathbf{q})\,\dot{\mathbf{q}} \tag{34}$$

A beavatkozó jel csak akkor megvalósítható, ha $\det\left(J_H(\mathbf{q})\right) \neq 0$. A fenti beavatkozó jellel az irányított robot modellje:

$$\ddot{\mathbf{x}}_H = \boldsymbol{\tau}_{Hl} \tag{35}$$

A beavatkozó jel lineáris részének megválasztásánál figyelembe kell venni, hogy egyes koordináták mentén pozíció pályakövetést, más koordináták mentén erőszabályozást szeretnénk

I. eset: Ha az *i*-ik koordináta mentén pozíció pályakövetést szeretnénk, válasszuk a beavatkozó jel *i*-ik komponensét

$$\tau_{iHl} = \ddot{x}_{iHref} + K_{iV}(\dot{x}_{iHref} - \dot{x}_{iH}) + K_{iP}(x_{iHref} - x_{iH}) \tag{36}$$

A stabil, túllövés-mentes válaszhoz a K_{iP} és K_{iV} szabályozóparamétereket úgy határozzuk meg, hogy az alábbi karakterisztikus polinom összes gyökének valós része szigorúan negatív és valós legyen.

$$s^2 + K_{iV}s + K_{iP} = 0 \tag{37}$$

II. eset: Ha az *i*-ik koordináta mentén erőszabályozást szeretnénk, válasszuk a beavatkozó jel *i*-ik komponensét

$$\tau_{iHl} = -K_{iD}\dot{x}_{iH} + K_{iP}(F_{iHref} - F_{iH}) \tag{38}$$

Felhasználva, hogy $\ddot{F}_{iH} = K_E\ddot{x}_{iH}$ (lásd a (21) összefüggést), kapjuk

$$\ddot{F}_{iH} = K_E\left(-K_{iD}\dot{x}_{iH} + K_{iP}(F_{iHref} - F_{iH})\right)$$

$$\ddot{F}_{iH} + K_E K_{iD}\dot{x}_{iH} + K_E K_{iP}F_{iH} = K_E K_{iP}F_{iHref}$$

$$\ddot{F}_{iH} + K_{iD}\dot{F}_{iH} + K_E K_{iP}F_{iH} = K_E K_{iP}F_{iHref} \tag{39}$$

A stabil, túllövés-mentes válaszhoz a K_{iP} és K_{iD} szabályozóparamétereket úgy határozzuk meg, hogy az alábbi karakterisztikus polinom összes gyökének valós része szigorúan negatív és valós legyen.

$$s^2 + K_{iD}s + K_E K_{iP} = 0 \tag{40}$$

Ezzel a választással $\lim\limits_{t\to\infty}\left(F_{iHref} - F_{iH}\right) = 0$