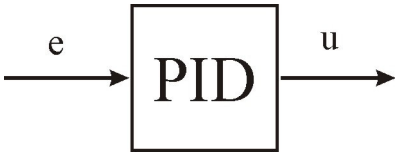
3. PID típusú szabályozók

A PID (Proporcionális Integráló Deriváló) a napjainkban a legelterjedtebb irányítási algoritmus ipari szabályozókörökben. Képes reagálni az aktuális szabályozási hibára, a múltbeli hibára illetve a jövőbeli hibára. A múltbeli hibát a hiba integráljával, a jövőbeli hibát a hiba deriváltjával jellemzi. Ennek megfelelően a hibát három csatornán keresztül módosítja: proporcionális, integráló és deriváló csatornán.
A PID népszerűségét annak köszönheti, hogy viszonylag egyszerű struktúrája ellenére is az ipari alkalmazások zömében az előírt szabályozási követelményeket nagy megbízhatósággal képes teljesíteni.
Az algoritmus a folyamat kimenete és az alapjel különbségének függvényében számítja ki a beavatkozó jelet. (lásd 3.1. Ábra)



3.1 Ábra: A klasszikus PID szabályozó jelölése folyamatmodell ábrákon

Annak függvényében, hogy a három csatorna (proporcionális, integráló, deriváló) közül melyeket alkalmazzuk a szabályozóban, a PID-nek több kialakítása van, mint például a P, PD, PI, PID szabályozók.

3.1.A P szabályozó

Az aktuálisan mért hiba függvényében számítja ki a beavatkozó jelet. A beavatkozó jel arányos a mért hibával. Minél nagyobb az e szabályozási hiba (a folyamat y mért kimenete minél távolabb van az r alapjeltől), annál nagyobb lesz a kiszámított beavatkozó jel (u). Folytonos időben a beavatkozó jel számítása P szabályozó esetén:

$$u(t) = K_P \cdot e(t), \quad K_P > 0 \tag{3.1}$$

$$e(t) = r(t) - y(t) \tag{3.2}$$

K_P proporcionális erősítés, a szabályozó erősítése.
A szabályozó átviteli függvénye megegyezik az ideális erősítő átviteli függvényével.

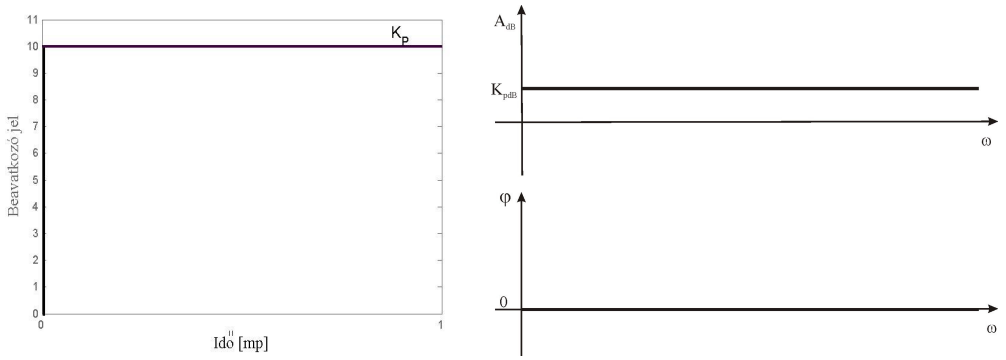
$$u(s) = K_P \cdot e(s)$$

$$H_P(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P \tag{3.3}$$

Mintavételes megvalósításnál a k-ik mintavételben mért alapjel és kimenet alapján a beavatkozó jel számítása:

$$u_k = K_P \cdot e_k = K_P(r_k - y_k) \tag{3.4}$$

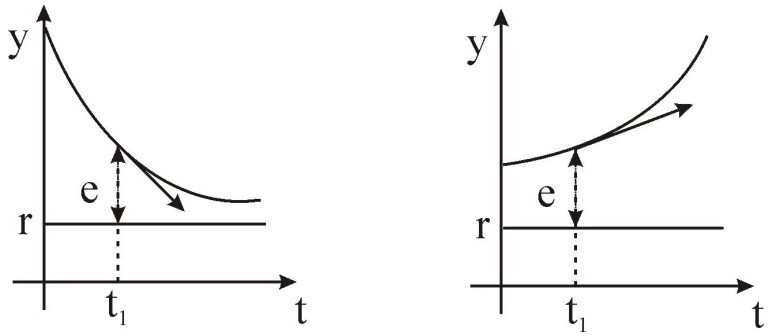
A szabályozó egységugrásra adott válasza és Bode diagramja a 3.2. Ábrán látható.



3.2 Ábra: Az ideális P szabályozó egységugrásra adott válasza és Bode diagramja

3.2.A PD szabályozó

A Proporcionális - Deriváló kialakítás figyelembe veszi a hiba változását is. A deriváló csatorna a hiba változásából következtet a hiba tendenciájára, jövőbeli alakulására és a szabályozó ezt is figyelembe veszi a beavatkozó jel számításánál.
A 3.3. Ábra a szabályozási hiba (e) lehetséges alakulását szemlélteti. Mindkét esetben a $t=t_1$ pillanatban az aktuálisan mért hiba értéke megegyezik, de az első esetben a folyamat kimenete közeledik az alapjelhez, a második esetben a folyamat kimenete távolodik az alapjeltől. A PD szabályozó a két esetben másképp reagál: a kiszámított beavatkozó jel nagyobb lesz abban az esetben, amikor a kimenet távolodik az alapjeltől, figyelembe véve a hibafüggvény irányát az aktuális szabályozási pillanatban.



3.3 Ábra: A hiba változása

A beavatkozó jel számításánál a hiba tendenciáját a hiba deriváltjával jellemezzük:

$$u(t) = K_P\left(e(t) + T_d \frac{de}{dt}\right), \quad K_P, T_d > 0 \tag{3.5}$$

$T_d > 0$ paraméter a deriválási idő.
A szabályozó átviteli függvénye:

$$u(s) = K_P\left(e(s) + T_d\, s e(s)\right)$$
$$H_{PD}(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P\left(1 + T_d s\right) \tag{3.6}$$

Látszik, hogy az átviteli függvény nem kauzális, így az ideális folytonos idejű PD szabályozó nem megvalósítható. A kauzalitási probléma kivédéséhez a D csatorna kimenetét módosíthatjuk (lásd a Módosított PID szabályozók alfejezetet).
A mintavételes kialakításnál a deriváló csatorna megvalósításához a hátratartó differencia közelítést alkalmazhatjuk.

$$\frac{de}{dt} \cong \frac{e_k - e_{k-1}}{T} \tag{3.7}$$

T a mintavételi periódust jelöli.
A (3.7) alapján a beavatkozó jel számítása a k-ik mintavételben:

$$u_k = K_P \cdot \left(e_k + T_d \frac{e_k - e_{k-1}}{T}\right) \tag{3.8}$$

A mintavételes approximáció átviteli függvényének felírásához a Z transzformáltat alkalmazhatjuk:

$$u_k = K_P\left(1 + \frac{T_d}{T}\right)e_k - K_P \frac{T_d}{T} e_{k-1} = q_0 e_k + q_1 e_{k-1}$$
$$u(z) = q_0 e(z) + q_1 z^{-1} e(z)$$
$$H_{PD}(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{q_0 z + q_1}{z} \tag{3.9}$$

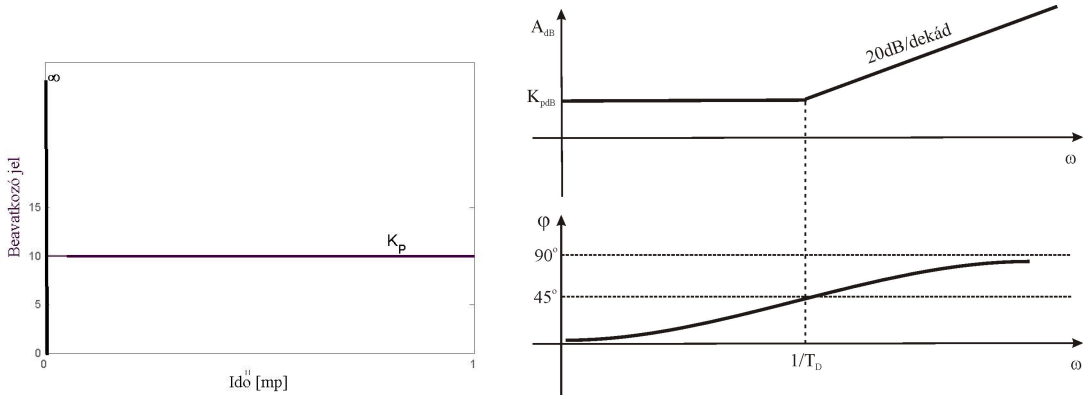
Látszik, hogy a mintavételes átviteli függvény már kauzális, miközben a folytonos nem. Ez azért lehetséges, mert a mintavételes átvitel nem az ideális PD, hanem a PD szabályozó approximációját modellezi, a felírásához a (3.7) approximációt alkalmaztuk.

3.1 Példa: Legyen a mintavételezett PD szabályozó paraméterei: $K_p=1$, $T_d=1$, $T=1$.
I. eset: $e_{k-1} = 1.1$, $e_k=1$, $u_k=?$

II. eset: $e_{k-1} = 0.9,\ e_k=1,\ u_k=?$

A (3.8) összefüggésből egyszerűen következik, hogy az I. esetben $u_k=0.9$, a II. esetben $u_k=1.1$. Tehát amikor a hiba zéró fele tart, a PD szabályozó kisebb beavatkozó jelet számol ki, mint abban az esetben amikor a hiba távolodik a zérótól. A (3.4) összefüggés alapján látszik, hogy a P szabályozó mindkét esetben ugyanazt a beavatkozó jelet számította volna.

A folytonos ideális PD szabályozó egységugrásra adott válasza és Bode diagramja a 3.4. Ábrán látszik. A deriváló csatorna miatt a $t=0$ időpillanatban a beavatkozó jel végtelen nagy értéket vesz fel. A Bode diagram alapján látszik, hogy a szabályozó a nagyfrekvenciás jeleket felerősíti, a nemkauzális jelleg miatt a nagyfrekvenciák tartományában az erősítés végtelenül növekszik. Mivel a zajok általában a magas frekvenciák tartományában jelentkeznek, a PD szabályozó zajérzékeny. Ha nagy mérési zajokkal kell számolni, nem célszerű a deriváló csatornát alkalmazni.



3.4 Ábra: Az ideális PD szabályozó egységugrásra adott válasza és Bode diagramja

3.3.A PI szabályozó

Figyelembe veszi a szabályozási hiba múltbeli alakulását is. A múltbeli hiba összegzett hatását integráló csatornával számítjuk. A folytonos idejű PI szabályozó esetében a beavatkozó jelet az alábbi formában kapjuk:

$$u(t) = K_P \cdot \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau)\, d\tau \right), \quad K_P, T_i > 0 \tag{3.10}$$

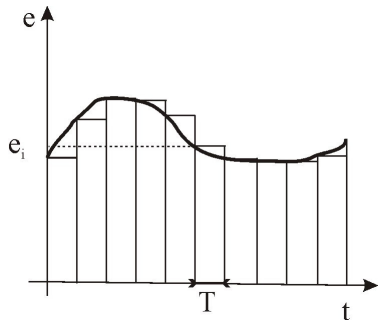
A $T_i>0$ paraméter az integrálási idő.
Az átviteli függvényt az alábbi formában kapjuk:

$$u(s) = K_P \cdot \left(e(s) + \frac{1}{T_i s} e(s) \right)$$

$$H_{PI}(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \tag{3.11}$$

A PI szabályozó kauzális, az integrátor csatorna miatt a pólusa a zéróban van.
A szabályozó mintavételes megvalósításánál az integráló tag megközelítésére a téglalap módszert lehet alkalmazni, az *e(t)* hibafüggvény alatti területet *T* szélességű téglalapokkal közelítjük meg (lásd 3.5 Ábra). Az integrál megközelítőleg egyenlő a téglalapok területének összegével a *k*-ik mintavételig:

$$\int_0^T e(t)\,dt = \sum_{i=1}^{k} \int_{t_{i-1}}^{t_i} e(t)\,dt = \sum_{i=0}^{k} T \cdot e_i \tag{3.12}$$



3.5 Ábra: Az integrál megközelítése téglalapokkal

Felhasználva a (3.12) approximációt, a beavatkozó jel számítása a *k*-ik mintavételben:

$$u_k = K_P \cdot \left(e_k + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^{k} e_i \right) \tag{3.13}$$

Egyszerűbb implementálási forma kapható, ha a beavatkozó jele számítása rekurzívan történik. Felírva a beavatkozó jelet a *k* és *k-1* mintavételben, majd egymásból kivonva:

$$\begin{aligned} u_k &= K_P \cdot \left(e_k + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^{k} e_i \right) \\ u_{k-1} &= K_P \cdot \left(e_{k-1} + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^{k-1} e_i \right) \quad \Big| - \\ \hline u_k - u_{k-1} &= K_P \cdot \left(e_k - e_{k-1} + \frac{T}{T_i} e_k \right) \end{aligned} \tag{3.14}$$

Így beavatkozó jel a *k*-ik mintavételben:

$$u_k = u_{k-1} + K_P \cdot \left(e_k - e_{k-1} + \frac{T}{T_i} e_k \right) \tag{3.15}$$

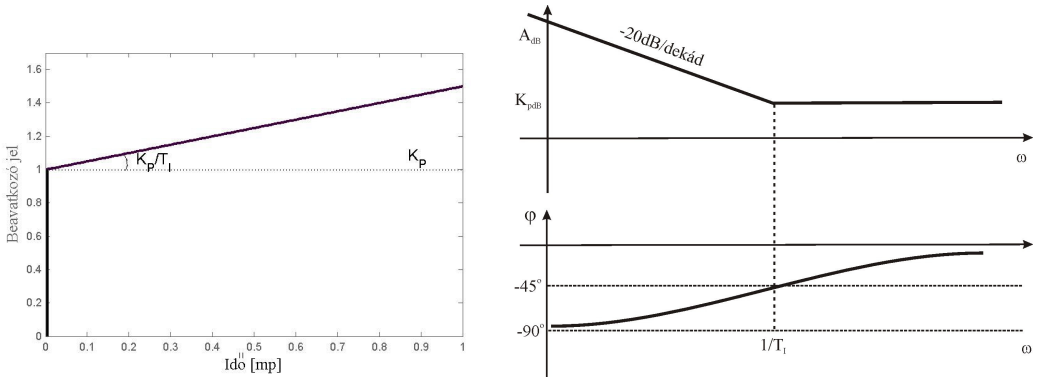
Látszik, hogy a beavatkozó jel értéke mindaddig változni fog, amíg a szabályozási hiba nem válik nullává. Ez jó szabályozóparaméter megválasztás mellett nagy pontosságú szabályozást biztosít.
A mintavételes approximáció átviteli függvénye a *Z* transzformált alkalmazásával számítható:

$$u_k = u_{k-1} + q_0 \cdot e_k + q_1 \cdot e_{k-1} \quad q_0 = K_P (1 + \frac{T}{T_i}) \quad q_1 = -K_P \tag{3.16}$$

$$u(z) = u(z) z^{-1} + q_0 \cdot e(z) + q_1 \cdot e(z) z^{-1}$$

$$H_{PI}(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{q_0 z + q_1}{z - 1} \tag{3.17}$$

A PI szabályozó egységugrásra adott válasza és Bode diagramja a 3.6. Ábrán látható. Mivel az egységugrás hiba bemenet konstans bármely *t>0* pillanatban, a beavatkozó jel az integráló tag miatt sebességugrás-szerűen nőni fog.



3.6 Ábra: Az ideális PI szabályozó egységugrásra adott válasza és Bode diagramja

3.4.A PID szabályozó

Egyesíti mindhárom (proporcionális, integráló, deriváló) csatorna hatását. Ennek megfelelően folytonos időtartományban a beavatkozó jel számítása a hiba függvényében:

$$u(t) = K_P \cdot \left(e(t) + T_d \frac{de}{dt} + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau)\, d\tau \right), \quad K_P, T_i, T_d > 0 \tag{3.18}$$

Az átviteli függvény a deriváló csatorna miatt ugyancsak nem kauzális folytonos időben:

$$u(s) = K_P \cdot \left(e(s) + T_d s \cdot e(s) + \frac{1}{T_i s} e(s) \right)$$
$$H_{PID}(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P \cdot \left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right) = K_P \cdot \frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s} \tag{3.19}$$

A szabályozó átviteli függvényének egy pólusa van a nullában (az integrátor csatorna miatt) és két zérusa. A zérusok egyszerűen számíthatóak a (3.19) modell nevezőjéből:

$$T_i T_d s^2 + T_i s + 1 = 0$$
$$s_{1,2} = \frac{-T_i \pm \sqrt{T_i (T_i - 4T_d)}}{2T_i T_d} \tag{3.20}$$

A (3.20) összefüggésből kiolvasható annak feltétele, hogy a zérusok valósak legyenek: $T_I > 4T_D$.
A deriváló csatornánál a hátratartó differenciát, az integráló csatornánál a téglalap-megközelítést alkalmazva a mintavételes felírásnál, a beavatkozó jel számítása a k-ik mintavételben:

$$u_k = K_P \cdot \left(e_k + T_d \frac{e_k - e_{k-1}}{T} + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^{k} e_i \right) \tag{3.21}$$

A mintavételes szabályozó rekurzív formája egyszerűen következik

$$u_k = u_{k-1} + K_P \cdot \left(e_k - e_{k-1} + T_d \frac{e_k - 2e_{k-1} + e_{k-2}}{T} + \frac{T}{T_i} e_k \right) \tag{3.22}$$

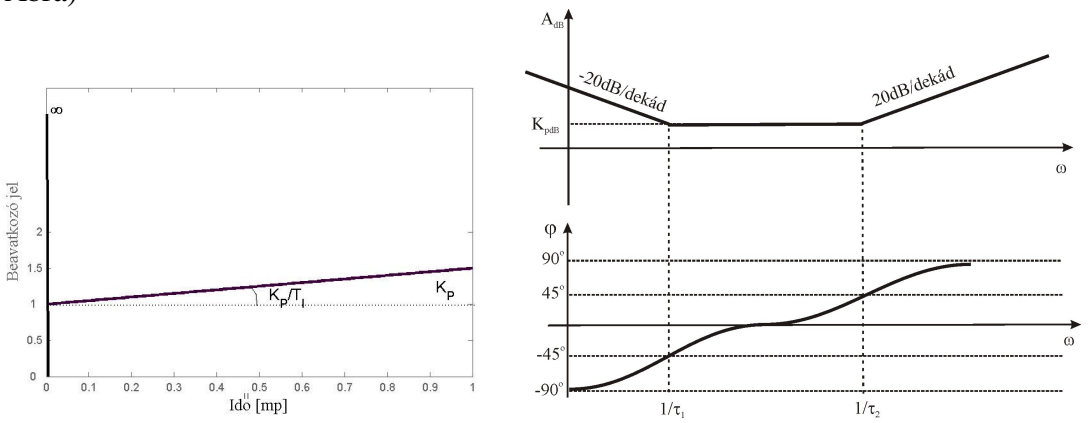
A mintavételes approximáció átviteli függvényének számításához vezessük be az alábbi jelöléseket:

$$u_k = u_{k-1} + q_0 \cdot e_k + q_1 \cdot e_{k-1} + q_2 \cdot e_{k-2},$$
$$q_0 = K_P \cdot \left(1 + \frac{T_d}{T} + \frac{T}{T_i} \right), q_1 = K_P \cdot \left(-1 - \frac{2T_d}{T} \right), q_2 = K_P \cdot \frac{T_d}{T} \tag{3.23}$$

A Z transzformált alkalmazásával következik:

$$u(z) - z^{-1} u(z) = q_0 e(z) + q_1 z^{-1} e(z) + q_2 z^{-2} e(z)$$
$$H_{PID}(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{q_0 z^2 + q_1 z + q_2}{z^2 - z} \tag{3.24}$$

A folytonos PID szabályozó egységugrásra adott válaszából, valamint a Bode diagramjából is látszik mindhárom (proporcionális, integráló, deriváló) csatorna hatása (3.7 Ábra)



3.7 Ábra: Az ideális PID szabályozó egységugrásra adott válasza és Bode diagramja

3.5. Módosított PID szabályozók

A PID és PD szabályozók nem-kauzális viselkedésének elkerülésére módosított szabályozóstruktúrákat dolgoztak ki. A hiba ugrásszerű változása a deriváló csatornán végtelen nagy, nem megvalósítható beavatkozó jelhez vezet. Két megoldás elterjedt el: a D csatorna bemenetének modosítása valamint a D csatorna szűrése

3.5.1. A D csatorna bemenetének módosítása

A megoldás akkor alkalmazható, ha az alapjelben ugrásszerű változásokra számíthatunk és a folyamat kimenete kevésbé terhelt mérési zajokkal. Ebben az esetben célszerű, hogy a deriváló tag ne a szabályozási hibát, hanem csak a folyamat kimenetét módosítsa. Az integrátor és a proporcionális tag, ami a hibát módosítja, továbbra is biztosítja a szabályozási pontosságot, ugyanakkor az előírt érték ugrásszerű megváltozásánál nem jelennek meg nagy ugrások a beavatkozó jelben és nem kívánt tranziensek, túllövések a folyamat kimenetén. A módosított szabályozó mintavételes megvalósítása:

$$u_k = K_P\left(e_k + T_d\frac{-y_k + y_{k-1}}{T} + \frac{T}{T_i}\sum_{i=0}^{k} e_i\right) \tag{3.25}$$

3.5.2. A D csatorna szűrése

A szűrt PID algoritmus akkor is jó eredményekkel alkalmazható, ha a folyamat kimenete mérési zajokkal terhelt. A deriváló csatorna kimenetét még egy aluláteresztő szűrővel is

módosítjuk. Erre tipikusan elsőfokú, egységnyi erősítésű szűrőt alkalmazhatunk. A deriváló csatorna módosítása:

$$sT_d \cong \frac{sT_d}{1+s\cdot T_d/N} \qquad N \cong 10 \tag{3.26}$$

A szűrő vágási frekvenciáját meghatározó T_d/N időállandót úgy kell megválasztani, hogy a szűrt D csatorna deriváló hatása erősebb legyen, mint a szűrőhatás. Tehát az N súlyzótényező értéke *1*-nél nagyobb kell legyen. A gyakorlat azt mutatja, hogy a szabályozó helyes működéséhez az értékét $N=10$ körül kell megválasztani.
A szűrt PID algoritmus átviteli függvénye tehát:

$$H_{PIDF}(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P \cdot \left(1 + \frac{sT_d}{1+s\cdot T_d/N} + \frac{1}{T_i s}\right) \tag{3.27}$$

Könnyen belátható, hogy a folytonos szűrt PID szabályozó kauzális rendszer, az átvitel számlálójának is, nevezőjének is a fokszáma *2*.
A szűrt deriváló csatorna mintavételes megvalósításának meghatározásához áttérünk időtartományba, majd a hátratartó differencia alkalmazható:

$$D(s) = \frac{sK_P T_d}{1+s\cdot T_d/N}$$

$$T_d/N\; s\, u_d(s) + u_d(s) = K_P T_d s\, e(s)$$

$$T_d/N\; \frac{du_d(t)}{dt} + u_d(t) = K_P T_d \frac{de(t)}{dt}$$

$$T_d/N\; \frac{u_{dk} - u_{dk-1}}{T} + u_{dk} = K_P T_d \frac{e_k - e_{k-1}}{T}$$

$$u_{dk} = \frac{T_d}{T_d + NT} u_{dk-1} + \frac{T_d N}{T_d + NT} K_P (e_k - e_{k-1}) \tag{3.28}$$

Az integráló és a proporcionális csatorna kimenetei külön-külön számíthatóak:

$$I(s) = \frac{K_P}{T_i s}$$

$$u_{ik} = u_{ik-1} + \frac{TK_P}{T_i} e_k \tag{3.29}$$

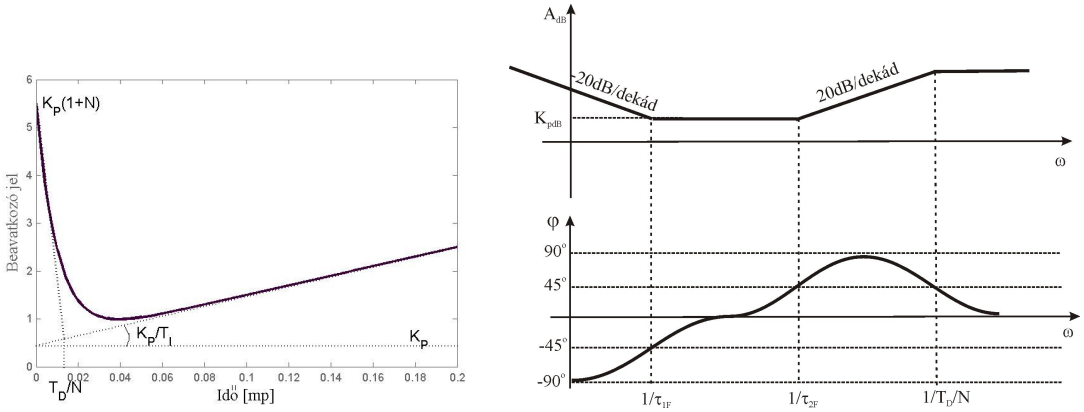
$$P(s) = K_P$$

$$u_{pk} = K_P e_k \tag{3.30}$$

A szűrt PID szabályozó mintavételes megvalósításához a három csatorna (P, I, szűrt D) kiszámított kimeneteit kell összeadni:

$$u_k = u_{pk} + u_{ik} + u_{dk} \tag{3.31}$$

A folytonos szűrt PID szabályozó egységugrásra adott válasza valamint a Bode diagramja a 3.8 Ábrán látható. D tag szűrése miatt az egységugrás-szerű hiba bemenetre a *0* időpillanatban véges nagyságú ugrásra számíthatunk. A Bode diagram alapján látszik, hogy a szabályozó a szűrés miatt a nagyfrekvenciás bemenetet nem fogja végtelenül növekvő erősítéssel módosítani. Csak véges, a szűrő paraméterével hangolható, erősítésre számíthatunk a nagyfrekvenciás tartományban.



3.8 Ábra: Szűrt PID szabályozó egységugrásra adott válasza és Bode diagramja

A 3.8 Ábrán τ_{1F} és τ_{2F} a (3.27) algoritmus két zérusát jelöli.

3.2 Példa: Határozzuk meg a szűrt PID szabályozó által kiszámított beavatkozó jelet a *t=0* időpillanatban, ha a szabályozási hiba egységugrás.

A PID szabályozó egységugrásra adott válaszának meghatározásához alkalmazzuk a Laplace transzformált alábbi tulajdonságát:

$$\lim_{t\to 0} u(t) = \lim_{s\to\infty} su(s) \tag{3.32}$$

Mivel az egységugrás Laplace transzformáltja *1/s*:

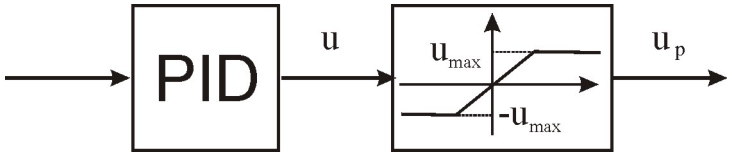
$$\lim_{s\to\infty} su(s) = \lim_{s\to\infty} sH_C(s)\frac{1}{s} = \lim_{s\to\infty} H_C(s) = \lim_{s\to\infty} K_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + \frac{sT_d}{1 + s \cdot T_d/N}\right) = K_P \cdot (1+N) \tag{3.33}$$

3.6.A PID algoritmusok a gyakorlatban

A PID szabályozó ipari alkalmazásánál felmerült néhány, a szabályozási minőség romlásához vezető probléma. Ezek leküzdésére empirikus, de a gyakorlatban jól bevált és könnyen megvalósítható megoldások születtek.

3.6.1. Az anti-windup módosítás

A szabályozót követő beavatkozó mindig telítéssel rendelkezik (lásd 3.9 Ábra), tehát egy bizonyos értéknél nagyobb beavatkozó jelet nem képes reprodukálni.

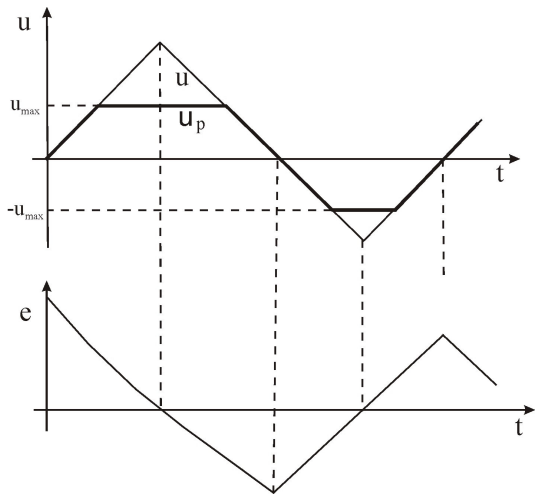


3.9 Ábra. A PID szabályozó és a telítéssel rendelkező beavatkozó

Az egységnyi erősítésű beavatkozó statikus átvitele, ha a kimenetének maximális értéke u_{MAX}, az alábbi módon írható le:

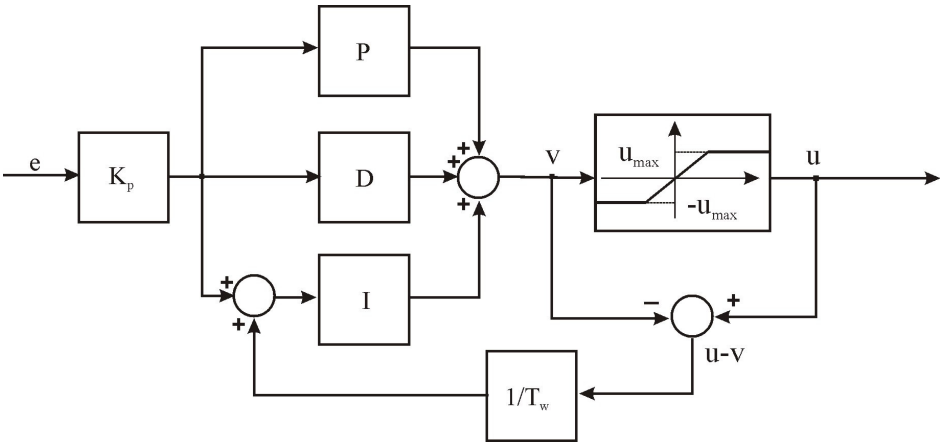
$$u_p = \begin{cases} u, |u| < u_{MAX} \\ u_{MAX}, u \geq u_{MAX} \\ -u_{MAX}, u \leq -u_{MAX} \end{cases} \tag{3.34}$$

Nagy hibajeleknél a szabályozó kimenete elérheti az u_{MAX} értékét, így a beavatkozó jel a telítés vízszintes szakaszára kerül. Ha a szabályozó *integrátor*t is tartalmaz a beavatkozó bemenete tovább nő, míg a kimenete állandó marad. Ha a hiba előjele megfordul, sok esetben még jelentős időtartamnak kell eltelnie ahhoz, hogy a beavatkozó bemenete (a szabályozó kimenete) visszakerüljön a beavatkozó lineáris szakaszára (lásd 3.10. Ábra). Ez túllövésekhez vezethet, a szabályozási tranziens szükségtelenül megnő, a szabályozás minősége romlik (windup jelenség).



3.10 Ábra: A windup jelenség

A windup kiegészítés biztosítja, hogy a szabályozó kimenete ne nője túl u_{MAX} értékét, amikor a hiba megfordul a beavatkozó jel azonnal visszatérjen a beavatkozó lineáris szakaszára. Feltételezve, hogy u_{MAX} értéke ismert, a szabályozó kimenetére egy, a beavatkozó viselkedését szimuláló blokkot helyezünk el (lásd 3.11 Ábra). Jelölje v a blokk bemenetét. Képezzük az u-v hibát. A lineáris szakaszon ($u=v$) a hiba értéke nulla, tehát a módosítás nem fogja befolyásolni a szabályozó viselkedését. Ha $v>u_{MAX}$, az integrátor bemenetéből az u-v hibával arányosan ($1/T_W$ erősítéssel) az integráló csatorna bemenetéből levonunk, ami az integráló csatorna kimenetének növekedését akadályozza. Amikor $v<-u_{MAX}$ az hiba előjele megváltozik, tehát az integrátor bemenetéhez hozzáadunk egy, a hibával arányos értéket, ami a negatív irányú növekedést korlátozza.



3.11 Ábra: Anti-windup módosítás

3.6.2. Kézi-Automata átkapcsolás integráló csatorna jelenlétében

Kézi üzemmódban a folyamatot felügyelő személyzet módosítja a beavatkozó jelet ($u=u_{MAN}$). Automata üzemmódban a szabályozó az aktuális hiba és az előző állapota (hibaértékek, beavatkozó jel értéke az előző mintavételekben) függvényében határozza meg a beavatkozó jelet. Az átkapcsoláskor a Kézi és Automata üzemmód között a két beavatkozó jel érték között jelentős számottevő különbség lehet, ami a beavatkozó jel pillanatszerű ugrásához vezet, ami nem kívánt tranzienseket okozhat az irányított folyamat kimenetén. Nagy ugrásokra főleg integrátor csatornát is alkalmazó szabályozó esetében számíthatunk. A mintavételes megvalósítás esetében az irányítási algoritmus az alábbi általános alakban írható fel:

$$u_k = u_{k-1} + f(e_k, e_{k-1}, e_{k-2}) \tag{3.35}$$

Nagyságrendileg a rekurzív összefüggés első tagja domináns a hibától függő inkremens általában kisebb értékű, mint a beavatkozó jel előző mintavételbeli értéke. Hogy ennek értéke ne változzon a Kézi – Automata átkapcsoláskor csak a beavatkozó jel előző mintavételbeli értékének az u_{MAN} aktuális értékét kell megválasztani. Így, ha a k-ik mintavételben történik meg az átkapcsolás:

$$u_k = u_{MAN} + f(e_k, e_{k-1}, e_{k-2}) \tag{3.36}$$

Tehát Automata üzemmódban a beavatkozó jel értéke a Kézi üzemmód utolsó értékéből kiindulva fog változni.

3.6.3. Az erősítés működés közbeni hangolása

Néha szükség van a szabályozó paraméterek módosítására anélkül, hogy a szabályozást megállítanánk, tehát a zárt rendszernek működés közben kell megváltozatni a paramétereit. A szabályozó erősítésének módosítása ugyancsak nem kívánt ugrásokhoz vezethet a beavatkozó jelben. Integráló csatornát is tartalmazó szabályozó esetében kritikus, hogy az erősítő blokk az integráló csatorna előtt vagy után van elhelyezve (lásd 3.12 Ábra). Ha az integráló csatorna az erősítő előtt van, mintavételes megvalósítás esetében az integráló része a beavatkozó jelnek.

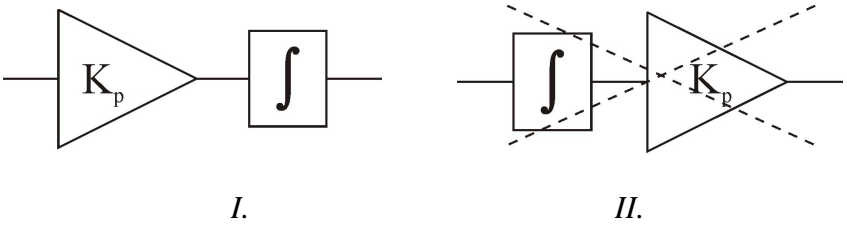
$$u_{Ik} = K_P(u_{Ik-1} + f_I(e_k)) \tag{3.37}$$

Ha az erősítés integráló csatorna bemeneténél helyezkedik el:

$$u_{Ik} = u_{Ik-1} + K_P f_I(e_k) \tag{3.38}$$

Látszik, hogy az első esetben a K_P erősítés megváltoztatása hatással van a domináns u_{Ik-1} tagra is. Tehát az erősítéshangolás nagyobb változást okoz a beavatkozó jelben, mint a

második esetben, amikor csak az inkremenst szorozza K_P értéke. Tehát az helyes, ha az erősítőblokk a az integráló csatorna előtt helyezkedik el.

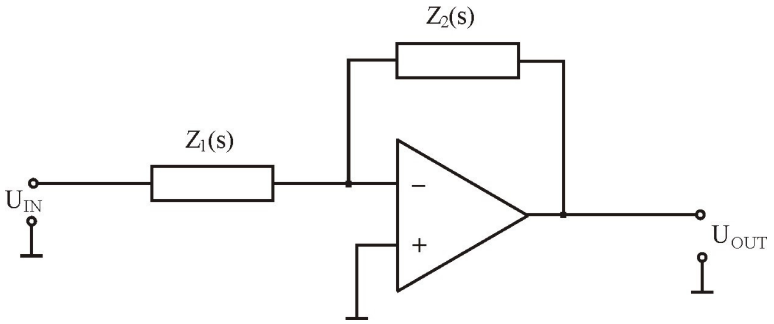


3.12 Ábra: Az integráló és az erősítő relatív elhelyezése szabályozókban

3.7. PID típusú szabályozók megvalósítása analóg áramkörökkel

Habár a PID szabályozók zöme mintavételes formában kerül megvalósításra, néhány alkalmazásnál érdemes olcsó, analóg kialakítást alkalmazni. Analóg megvalósítás például akkor alkalmazható, hogy ha analóg áramkörön belül egy feszültség- vagy áramértéket kell konstans szinten tartani változó terhelés mellett. A kialakításhoz műveleti erősítőket alkalmazhatunk. Közismert, hogy a negatívan visszacsatolt műveleti erősítő (3.13 Ábra) átvitele:

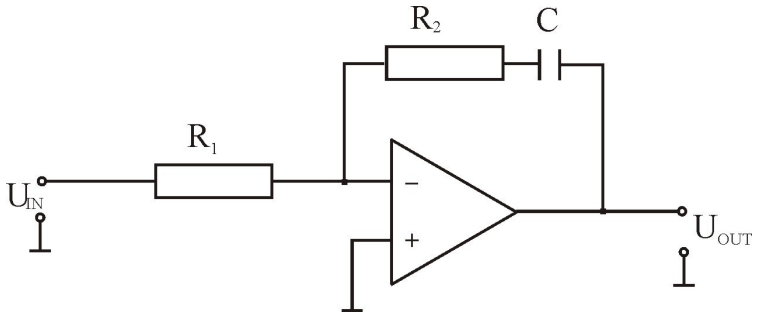
$$H_C(s) = -\frac{u_{OUT}(s)}{u_{IN}(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} \tag{3.39}$$



3.13 Ábra: Műveleti erősítő negatív visszacsatolással

Az u_{IN} feszültségbemenet a szabályozási hiba, az u_{OUT} kimeneti feszültség a beavatkozó jel. Mivel a negatívan visszacsatolt műveleti erősítő átvitelében megjelenő $Z_2(s)/Z_1(s)$ arány negatív előjellel jelenik meg (lásd (3.39) összefüggés) a bemenetre még egy *-1* erősítésű (fázisfordító) tagot is el kell helyezni, máskülönben a beavatkozó jelet negatív előjellel kapjuk. A visszacsatoló illetve előrecsatoló ágban ellenállásokat, kondenzátorokat helyezhetünk el, a kívánt szabályozóstruktúra és szabályozóparaméterek függvényében. A szabályozó paramétereinek hangolását változtatható értékű ellenállással lehet megoldani.

P szabályozó esetében mind az előrecsatoló mind a visszacsatoló ágban ellenállást kell elhelyezni, így a proporcionális erősítés érétke: $K_P=R_2/R_1$.
PI szabályozó megvalósításához a visszacsatoló ágban az ellenállással sorosan kondenzátort kell elhelyezni (lásd 3.14 Ábra).



3.14 Ábra: Analóg PI szabályozó

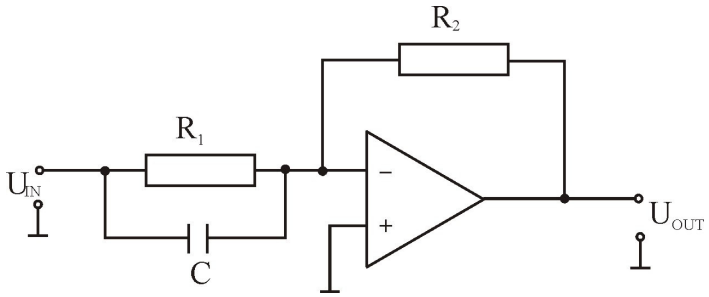
Az így kapott szabályozó átvitele:

$$H_C(s) = \frac{R_2 + \frac{1}{Cs}}{R_1} = \frac{R_2}{R_1}\left(1 + \frac{1}{R_2 Cs}\right) \tag{3.40}$$

A (3.11) összefüggés alapján a szabályozó paraméterei:

$$K_P = \frac{R_2}{R_1} \quad T_i = R_2 C \tag{3.41}$$

PD szabályozó megvalósításához az előrecsatoló ágban szükséges kondenzátort elhelyezni az ellenállással párhuzamosan (lásd 3.15 Ábra).



3.15 Ábra: Analóg PD szabályozó

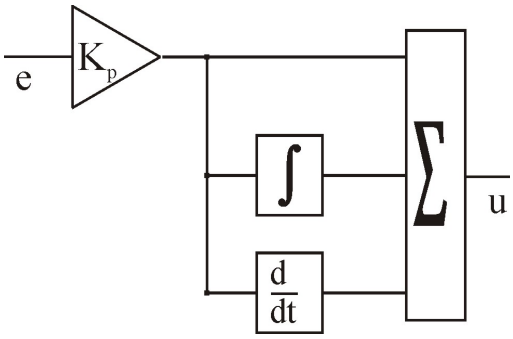
Az így kapott szabályozó átvitele:

$$H_C(s) = \frac{R_2}{\dfrac{R_1 \dfrac{1}{Cs}}{R_1 + \dfrac{1}{Cs}}} = \frac{R_2}{R_1}\left(1 + R_1 Cs\right) \tag{3.42}$$

A (3.6) összefüggés alapján a szabályozó paraméterei:

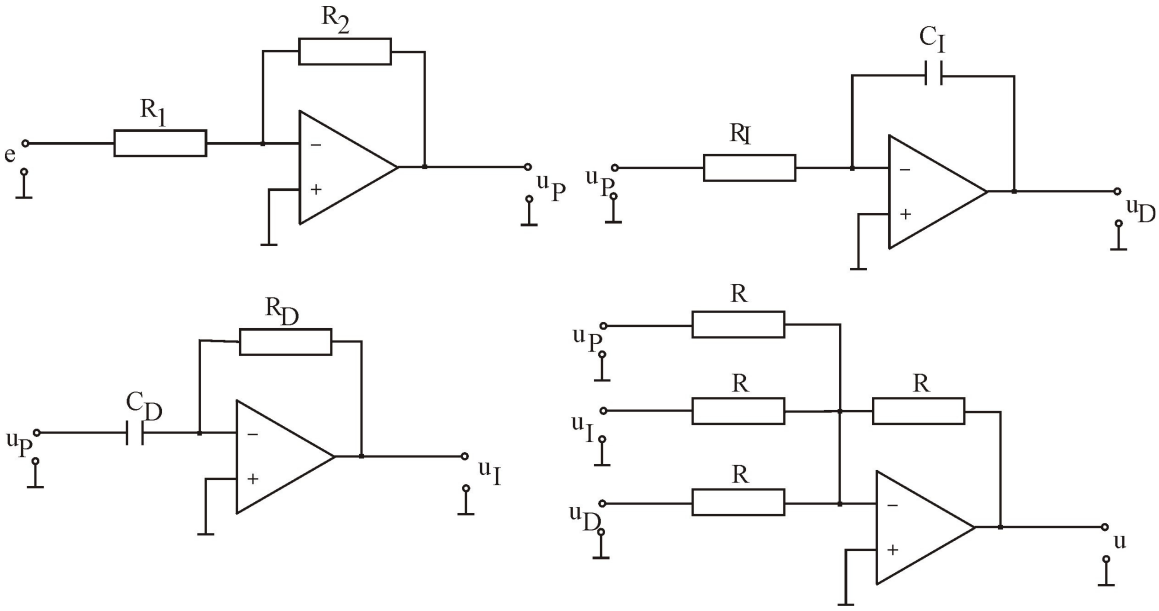
$$K_p = \frac{R_2}{R_1} \quad T_d = R_1 C \tag{3.43}$$

PID szabályozó esetében érdemes a három csatornát külön-külön kialakítani és a három csatorna kimenetét összegezni, analóg összegzővel (lásd 3.16 Ábra).



3.16 Ábra: Analóg PID blokkrajza

Ebben az esetben négy műveleti erősítőre van szükség: ideális erősítő, integrátor, deriváló és összegző (lásd 3.17 Ábra).



3.17 Ábra: Analóg PID szabályozó elemei

(proporcionális erősítő, integráló elem, deriváló elem, összegző)

A kialakítás előnye, hogy a szabályozó paraméterek (erősítés, integrálási és deriválási idő) egymástól függetlenül hangolhatóak, módosíthatóak. A bemutatott analóg PD szabályozó esetében például az R_I ellenállás értékének módosítása mind a két szabályozó-paraméter módosításához vezet.
A szabályozó átviteli függvényének felírásához meg kell határozni a csatornák átviteleit:

$$H_P(s) = \frac{R_2}{R_1} \qquad H_D(s) = \frac{R_D}{\frac{1}{C_D s}} = C_D R_D s \quad H_I(s) = \frac{\frac{1}{C_I s}}{R_I} = \frac{1}{C_I R_I s} \tag{3.44}$$

Összegezve a három csatorna jeleit a 3.16 Ábrán látható blokkrajz alapján kapjuk:

$$H_C(s) = \frac{R_2}{R_1}\left(1 + R_D C_D s + \frac{1}{R_I C_I s}\right) \tag{3.45}$$

A (3.45) alapján a PID szabályozó paraméterei:

$$K_P = \frac{R_2}{R_1} \quad T_i = R_I C_I \quad T_d = R_D C_D \tag{3.46}$$

A bemutatott áramkörök az analóg szabályozók megvalósításának elveit mutatják be. Gyakorlati kialakításnál, akárcsak a mintavételes szabályozásoknál, szükség van addicionális elemek beépítésére is a szabályozókba (szűrő áramkörök, kalibrálás, védelem stb.).