Robotirányítási rendszer szimulációja SimMechanics környezetben

1. A gyakorlat célja

A SimMechanics szoftvereszköz megismerése, alkalmazása robotikai rendszerek irányításának szimulációjára. Két szabadságfokú kar PID irányításának vizsgálata.

2. Elméleti bevezető

2.1. Robotok dinamikája

A robotok dinamikus modellje a robot csuklóinak pozíciója, sebessége, gyorsulása illetve a robotra ható erők között keresi az összefüggést. A dinamikus modellben a robot irányításának megtervezésében van jelentősége. A dinamikus modellt a legegyszerűbb a robot energiájából az Euler-Lagrange egyenletek alapján meghatározni. ezessük be az alábbi jelüléseket: csuklóváltozók vektora: $\underline{q}$ (tangenciális – elmozdulás; rotációs – elfordulás), csuklósebesség: $\underline{\dot{q}}$, csuklógyorsulás: $\underline{\ddot{q}}$.

A robotokra ható erők, inerciák

Anyagi pont mozgását általában Newton második törvényének segítségével írjuk le*:*

$$m \cdot \underline{\ddot{x}} = \sum_i \underline{F_i}(x, \dot{x}) \qquad (1)$$

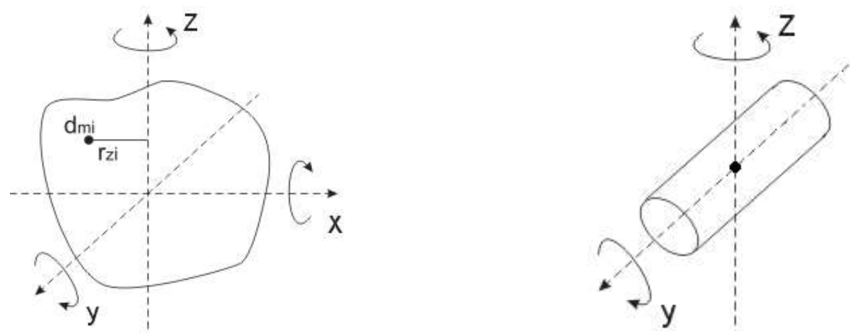
m – tömeg, $\underline{x} = \begin{pmatrix} x_x & x_y & x_z \end{pmatrix}^T$ - a 3 komponens a 3 tengely mentén

$\underline{F_i}$ - a 3 tengely mentén ható erők (függhet poziciótól és sebességtől)

Merev test forgómozgása, tehetetlenség fogalma: A test tehetetlensége forgó mozgásnál jelentkezik (lineáris mozgásnál a tömeg megfelelője)

$$I = \sum_i dm_i \cdot r_i^2 \qquad (2)$$

Látszik, hogy a három forgástengely mentén az inercia három különböző értéket vehet fel (I_x, I_y, I_z). Pl. egy rúd másképp ellenszegül a ráható forgónyomatéknak az *y* és másképp a *z* mentén.



1. Ábra: Merev testek forgása

Fontos példák:

a) *Anyag pont* inerciája egy tengely mentén

m – az *x0y* síkban

$$I_z = m \cdot r^2 \tag{3}$$

Látszik, hogy az inercia poziciófüggő, ezért ha egy robot mozog, a szegmensek inerciája minden pillanatban más és más a szegmens aktuális poziciójától függően : $I_R = I_R(\underline{q})$

b) *Henger* inerciája hossztengely mentén

$$I_z = \frac{m \cdot r^2}{2} \tag{4}$$

c) *Rúd* inerciája az egyik végén áthaladó, hossztengelyre merőleges tengely mentén

$$I_z = \frac{m \cdot l^2}{3} \tag{5}$$

Forgómozgás esetén a mozgásegyenlet:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I_x(\underline{\theta}) & & \\ & I_y(\underline{\theta}) & \\ & & I_z(\underline{\theta}) \end{bmatrix}}_{H} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_x \\ \ddot{\theta}_y \\ \ddot{\theta}_z \end{bmatrix} = \sum_i \underline{\tau}_i(\underline{\theta};\underline{\dot{\theta}}) \qquad \tau_i \tag{6}$$

τ_i - forgatónyomaték

Csatolt mechanizmusok esetén (pl. robotok), általában a H nem diagonális

$$H(\underline{\theta}) \cdot \underline{\ddot{\theta}} = \sum_i \underline{\tau}_i(\underline{\theta};\underline{\dot{\theta}}) \qquad \tau = F \cdot r \quad \text{(nyomaték= erő x erőkar)} \tag{7}$$

A robotra ható erők, forgatónyomatékok

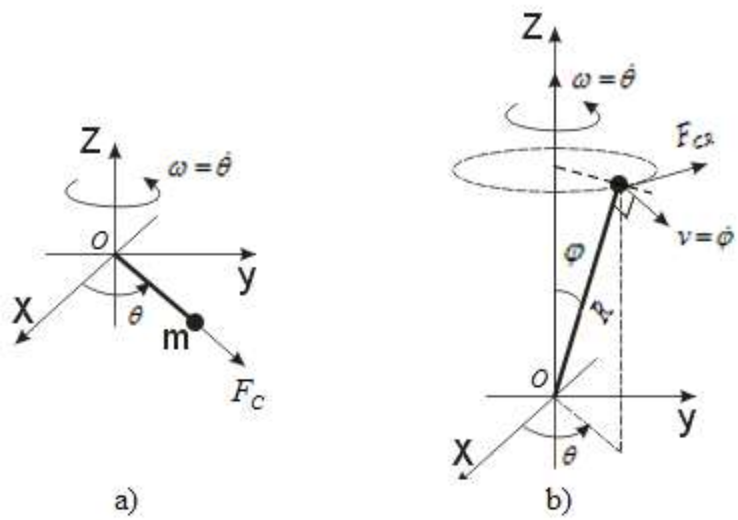
1. A *motorok*, beavatkozók által kifejtett erő/forgónyomaték
2. *Centrifugális* erő: forgatás miatt jelenik meg. Pl. anyagi pontra ható centrifugális erő:

$$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \dot{\theta}^2 \cdot r \tag{8}$$

3.*Coriolis* erő: forgó gömb felületén mozgó tesre ható erő. Feltételezzük, hogy egy *R* hosszúságú rúd végén *m* tömegű test van. A rúd egyik vége rögzítve van, a rögzítési pont ω szögsebességgel forog. Ugyanakkor a *v* is mozog (közeledik vagy távolodik a *z* tengelyhez). Ebben az esetben a Coriolis erő:

$$F_{CR} = -2m \cdot \omega \cdot v \cdot \cos\varphi = -2m \cdot \dot{\theta} \cdot R \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos\varphi \tag{9}$$

Iránya merőleges az (ω,*z*) síkra.



2 Ábra: a) centrifugális erő b) Coriolis erő

4. Súrlódási erő: a mozgásnak ellenszegülő erő. Több súrlódási modell létezik:

a) *Coulomb* – csak a sebesség előjelétől függ

$$F_f = F_c \cdot \mathrm{sgn}(v) \tag{10}$$

b) *Coulomb* + *viszkózus* – amennyiben az áttételek olajjal vagy gépzsírral vannak kenve, megjelenik egy sebességgel arányos komponens is:

$$F_f = F_c \cdot \mathrm{sgn}(v) + F_v \cdot v \tag{11}$$

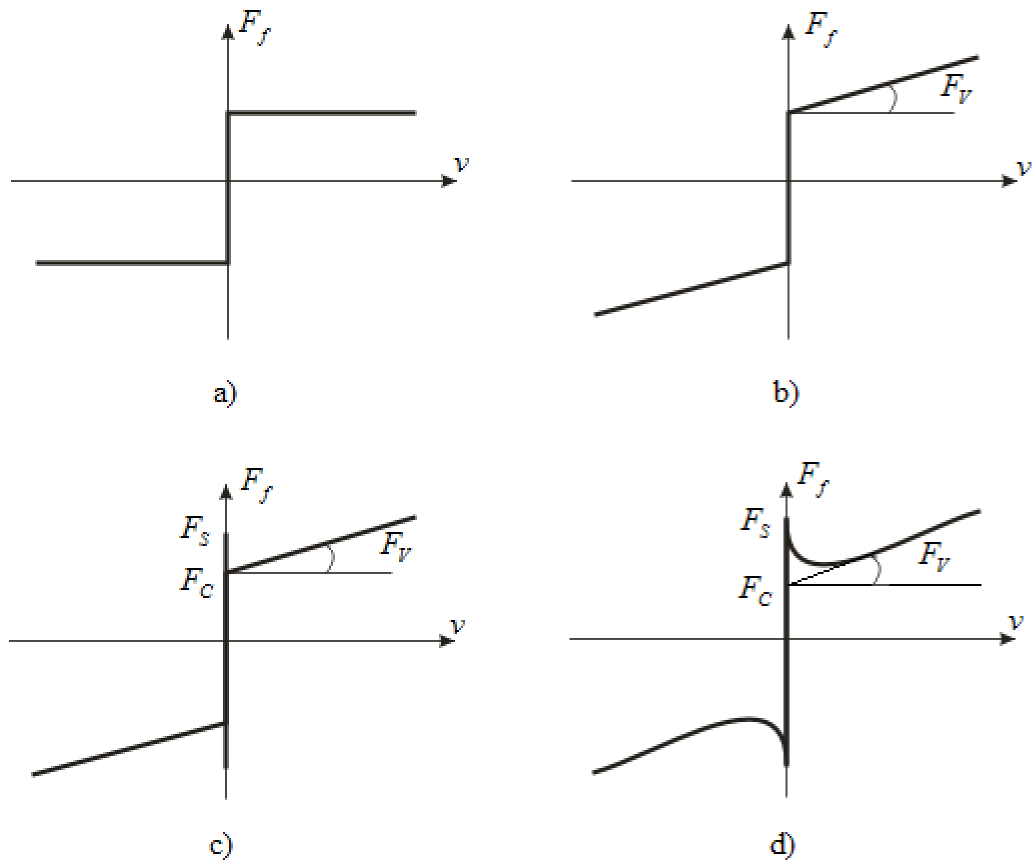
c) *Coulomb* + *viszkózus* + *statikus* – a statikus komponens az az erő ameny ahhoz szükséges, hogy a testet kilehessen mozdítani nyugalmi állapotából. Értéke általában nagyobb a Coulomb komponens értékénél:

$$F_f = (F_s \cdot \eta(v) + F_c) \cdot \mathrm{sgn}(v) + F_v \cdot v \qquad \eta(v) = \begin{cases} 1, & v = 0 \\ 0, & v \neq 0 \end{cases} \tag{12}$$

d) *Stribek súrlodás* – alacsony sebességek tartományában pontosabban leírja a súrlodási hatást. Az áttérés a statikusról a Coulomb súrlódásra valójában egy folyamatos és nem ugrásszerű jelenség, mint a c) modellben:

$$F_f = ((F_s - F_c) \cdot e^{\frac{sv_t}{v_s}} + F_c) \cdot \mathrm{sgn}(v) + F_v \cdot v \tag{13}$$

v_s – Stribeck sebesség



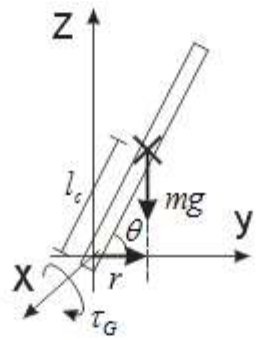
3 Ábra. Súrlódási modellek

5. Gravitáció: Egy anyagi pontra a gravitációs erő : $F_a = m \cdot g$

Példa: Gravitáció által kifejtett, a végénél rögzített rúdra ható nyomaték

$$\tau_G = r \cdot m \cdot g = m \cdot g \cdot l_c \cdot \cos(\theta) \tag{14}$$

l_c – a rúd tömegközéppontjának távolsága a rögzítési ponttól.



4 Ábra: Gravitáció által kifejtett, a végénél rögzített rúdra ható nyomaték

2.2 Euler – Lagrange egyenletek, a robot energiája

Kinetikus energia: Anyagi pont kinetikus energiája:

$$K = \frac{m \cdot v^2}{2} \tag{15}$$

Merev test forgásból adódó kinetikus energiája:

$$K = \frac{J \cdot \omega^2}{2} \tag{16}$$

Több mozgó elemből álló rendszer kinetikus energiája:

$$K = \sum_i K_i \tag{17}$$

A robot kinetikus energiája általában:

$$K = \frac{1}{2} \underline{\dot{q}}^T \cdot H(q) \cdot \underline{\dot{q}} \tag{18}$$

H – a robot inercia mátrixa, $\underline{\dot{q}}$ - a csuklósebségek

Potenciális energia: A gravitáció robotra gyakorolt hatása miatt alakul, mindig egy alapszinthez képest van definiálva. Anyagi pont potenciális energiája:

$$P = m \cdot g \cdot h \tag{19}$$

Végén rögzített rúd potenciális energiája:

$$P = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot l_c \cdot \sin\theta \tag{20}$$

A potenciális energia pozíciófüggő de nem sebességfüggő: $P = P(\underline{q})$
Akárcsak a kinetikus energiánál több testből álló rendszer potenciális energiája egyenlő a testek potenciális energiájának összegével:

$$P = \sum_i P_i \tag{21}$$

Lagrange féle mozgásegyenletek

K – a robot kinetikus energiája: $K = \frac{1}{2}\underline{\dot{q}}^T \cdot H(q) \cdot \underline{\dot{q}}$

P – a robot potenciális energiája: $P = P(\underline{q})$

$\underline{\tau}$ a motorok által kifejtett nyomatékok vektora: $\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_n \end{bmatrix}$

Legyen definiálva a Lagrange függvény:

$$L = K - P = \frac{1}{2}\underline{\dot{q}}^T \cdot H(q) \cdot \underline{\dot{q}} - P(\underline{q}) \tag{22}$$

Az Euler-Lagrange egyenlet:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{dL}{dq} = \underline{\tau} \tag{23}$$

Alkalmazva a robotra:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} &= H(\underline{q}) \cdot \underline{\dot{q}} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) &= \dot{H}(\underline{q}) \cdot \underline{\dot{q}} + H(\underline{q}) \cdot \underline{\ddot{q}} \\ \frac{\partial L}{\partial q} &= \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial q}(\underline{\dot{q}}^T \cdot H(\underline{q}) \cdot \underline{\dot{q}}) - \frac{\partial P}{\partial q} \end{aligned} \tag{24}$$

Behelyettesítve az Euler-Lagrange egyenletbe, kapjuk:

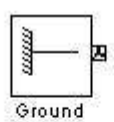
$$\begin{aligned} & H(\underline{q}) \cdot \underline{\ddot{q}} + \underbrace{H(\underline{q}) \cdot \underline{\dot{q}} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial q}(\underline{\dot{q}}^T \cdot H(\underline{q}) \cdot \underline{\dot{q}})}_{C(\underline{q},\underline{\dot{q}})} + \underbrace{\frac{\partial P}{\partial q}}_{G(\underline{q})} = \underline{\tau} \\ & H(\underline{q}) \cdot \underline{\ddot{q}} + C(\underline{q}, \underline{\dot{q}}) + G(\underline{q}) = \underline{\tau} \end{aligned} \tag{25}$$

q – csuklópozició, $\dot{q}$ – csuklósebesség, $\ddot{q}$ – csuklógyorsulás
$H(q)$ – a robot inerciamátrixa
$C(q,\dot{q})$ – ebben a tagban jelenik meg a Centrifugális és a Coriolis erők hatása
$G(q)$ – gravitációs erő hatása

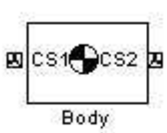
3. A mérés menete

3.1 A SimMechanics fontosabb elemeinek megismerése

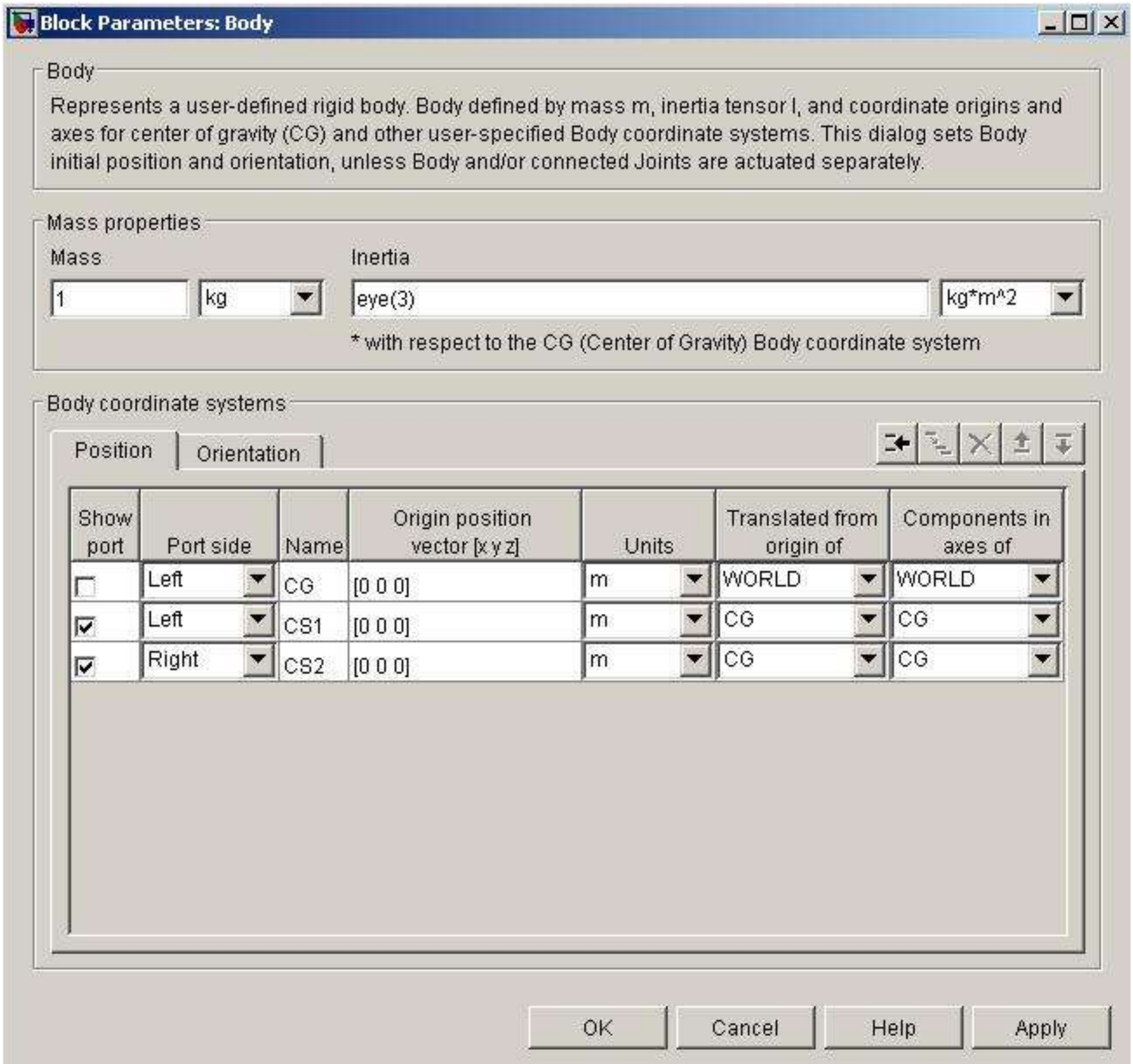
A SimMechanics egy Matlab/Simulink alá elkészített grafikus szoftvereszköz, amely megkönnyíti a robotirányítási rendszerek vizsgálatát. A klasszikus Simulink modellekben a modellünket egyszerűbb alrendszerek összekapcsolásával építjük fel. Minden alrendszer a általában egy bemenet-kimenet leképzést végez. Ettől eltérően a SimMechanics eszközökkel a robotirányítás rendszereket elemeikből, és nem matematikai modellek segítségével építjük fel. Ilyen elemek a robot szegmensei, csuklói, a robotcsuklót mozgató beavatkozó, pozícióérzékelők. Ezeknek a helyes összekapcsolása után a SimMechanics automatikusan felállítja a robotirányítás rendszer dinamikus modelljét.
Feladat: Készítsünk egy új Simulink modellt, amelyben tanulmányozzuk a SimMechanics legfontosabb elemeit. A modellünk elemeit mindig egy referenciakoordinátarendszerben építjük fel.



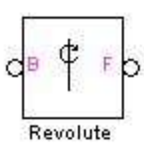
Ground: A mechanikai lánc kiinduló pontja. Paraméterként a pozícióját (x, y, z) kell megadni a referencia koordinátarendszerben.

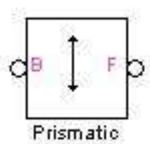


Body: A robot szegmenseinek modellezésére alkalmazott test. A paraméter beállításai az 5 Ábrán látszanak. Látszik, hogy meg kell adni a tömegét, inercia mátrixát (3X3-as mátrixként). A térbeli helyének meghatározására meg kell adni a kiinduló pontját (*CS1*) a végpontját (*CS2*), a súlypontjának a helyét (*CG*). Ezeket megadhatjuk világkoordinátákban (a referencia koordináta rendszerünkhöz képest), vagy egymáshoz képest (például a *CS1*-et a *CG*-hez képest)

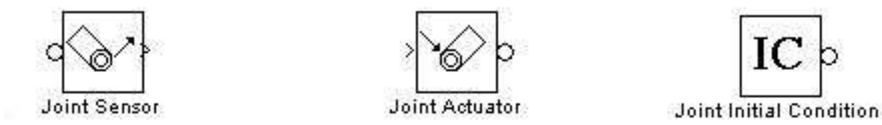


5. Ábra: A Body paraméterei



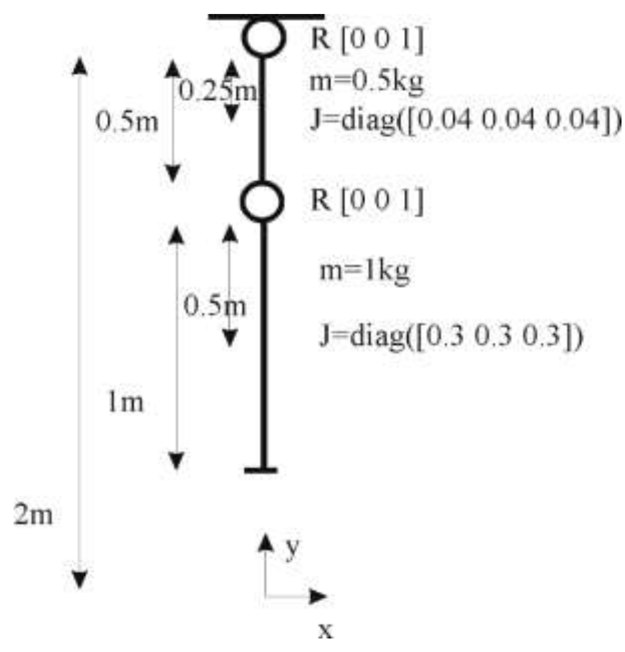


Joint: A mechanizmus csuklói. A két elemi csukló a transzlációs (*prismatic*) és a rotációs (*revolute*) csuklók. A transzlációs csukló esetén annak a tengelynek a paramétereit (x, y, z komponensek) kell megadni, amely mentén az elmozdulás történik. A rotációs csukló esetén annak a tengelynek a paramétereit (x, y, z komponensek) kell megadni, amely körül az elfordulás történik.



Joint Sensors and Actuators Az érzékelőkkel tudjuk mérni a csukló pozícióját, sebességét illetve a csuklóban fellépő erőt. A beavatkozókkal tudjuk az erőt/nyomatékot bevinni a mechanikai rendszerünkbe. Ezek az elemek segítségével csatolhatunk más, a Simulink eszköztárában fellelhető alrendszert a mechanikai modellünkhöz. Az *IC* (*Initial Condition*) blokkal a szimuláció indításakor a kezdeti pozícióját, sebességét tudjuk megadni e rendszerünknek. Ahhoz, hogy az érzékelőt/beavatkozót a csuklóhoz csatoljuk a csukló, a csukló tulajdonságainak a beállításánál a *Number of sensor and actuator ports* paramétert nullánál nagyobbra kell állítani.
A szimuláció futása közben a megjeleníthető a robot mozgásának animációja is. Ehhez a *Simulation* menü a *Configuration Parameters* almenüjében a SimMechanics-ot kiválasztva, engedélyezni kell az animáció futását szimuláció közben.

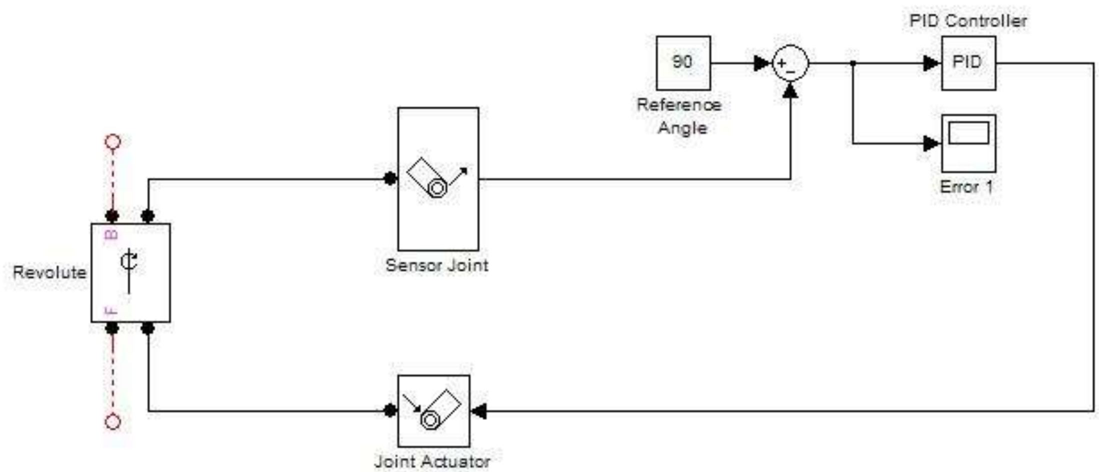
Feladat: Végezzük el egy felfüggesztett két szabadságfokú kar szimulációját és ponttól pontig történő PID irányítását. A kar paraméterei a 6. Ábrán láthatóak.



6. Ábra: Felfüggesztett kétszabadságfokú kar

A második csuklónak adjunk kezdőpozíciónak -90^o-ot használva az IC blokkot. Szimulációval ellenőrizzük a modell helyességét és a mechanikai rendszer szabad mozgását.

Feladat: PID szabályozás: Valósítsuk meg PID szabályozással a kar vízszintes pozícióba lejuttatását: Ehhez a Ponttól Pontig szabályozáshoz az alapjelet válasszuk az első csukló esetén +90 foknak, a második csukló esetén nulla foknak.
A PID szabályozó illesztését a robotcsuklóhoz a 7. Ábra mutatja. Válasszuk a PID blokk paramétereit: KP=10, TI=1, TD=1.



7 Ábra: Csukló PID szabályozása

Vizsgáljuk a szabályozás minőségét (állandósult állapotbeli hiba, szabályozási idő, túllövés) az oszcillószkopon.

4. Kérdések és feladatok

1. Vizsgáljuk a szabályozó más paramétereire a szabályozás minőségét. Milyen hatással vannak a KP, TI, TD paraméterek a szabályozás minőségére?
2. Cseréljük le a konstans alapjelet szinuszosra. Vizsgáljuk meg az oszciloszópon a pályakövetési pontosságot.
3. Módosítsuk a két szegmens hosszát duplájára. Hogyan módosul a szabályozás minősége? Módosítsuk a két szegmens tömegét és inercia paramétereit duplájára. Hogyan módosul a szabályozás minősége?