Mobilis robotok irányítása

1. A gyakorlat célja

Mobilis robotok kinematikai modellezése Matlab/Simulink környezetben. Mobilis robotok Ponttól Pontig (PTP) irányításának tervezése és megvalósítása.

2. Elméleti bevezető

Mobilis robotok – helyváltoztatásra képes irányított mechanikai rendszerek. Kerekeken guruló mobilis robot – kerekekkel felszerelt jármű, amely autonóm mozgásra képes. A kerekeket beavatkozókkal (motorokkal) hajtjuk, a robot irányítására célszámítógépet használunk.

Irányítási lehetőségek:

- *Teleoperáció* – távvezérlés – a felhasználó vizuális jelek alapján irányítja a robot mozgását. Ebben az esetben vagy a robot vagy a környezek képalkotó/továbbító eszközökkel van felszerelve. Ebben az esetben nem beszélhetünk autonóm robotról, hisz a robot nyílt hurokban van vezérelve.
- *Előre megadott pálya követése* – A környezetben a robot előre megadott síkbeli pontokon kell áthaladjon. Ez megoldható Ponttól Pontig szabályozással, vagy a pontokra pályát fektethetünk, és pályakövetést valósíthatunk meg. Az ilyen feladatoknál a robotot akadálydetektáló érzékelőkkel (csápos, ultrahangos érzékelők) szereljük fel az előre nem tervezett akadályok elkerülésére.
- *Dinamikus pályatervezésen alapuló irányítás* – Adott a cél koordinátája. A kiindulóponttól a célig való eljutás során a robot az érzékelő jelek alapján „feltérképezi” a terepet (kamera-képfeldolgozás, ultrahangos, lézeres távolságmérő, digitális iránytű, GPS) és építi fel haladás közben a pályáját.

2.1. Mobilis robot kinematikai modellje

Feltételezzük, hogy a robot merev test, a kerekek szintén merevek, síkban mozog, a kerekek nem csúsznak meg.

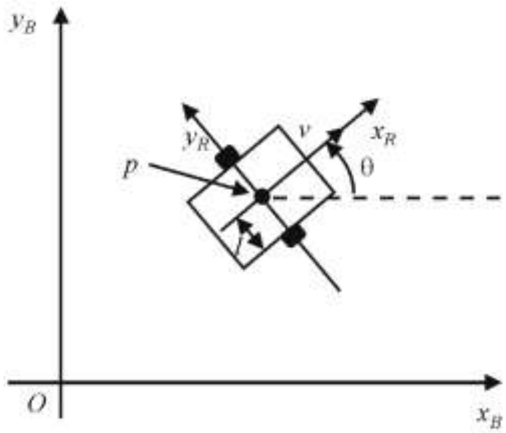
$x_B O y_B$ bázis koordináta rendszer

$x_R O y_R$ robothoz rendelt koordináta rendszer

A robot síkbeli pozíciója: $\underline{\xi} = (x \quad y \quad \theta)^T$

A két koordinátarendszerben felírt sebességek között egy z körüli elfordulás van θ szöggel.

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \underline{\xi}_R = R(\theta) \cdot \underline{\xi}$$



1. Ábra: mobilis robot kinematikai modellje

p – a robot középpontja

$$\omega = \dot{\theta}$$
$$v_x = v$$
$$v_y = 0$$

A robot sebessége $x_R O y_R$ -ben $\underline{\dot{\xi}}_R = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix}$

$$\underline{\dot{\xi}} = R(\theta)^{-1} \cdot \underline{\dot{\xi}}_R = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix}$$

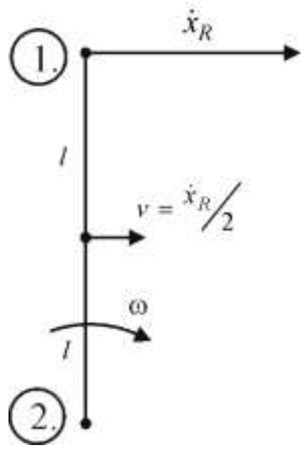
$$\begin{cases} \dot{x} = \cos\theta \cdot v \\ \dot{y} = \sin\theta \cdot v \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (1)$$

Kihasználtuk, hogy $R^{-1}(\theta) = R^T(\theta)$

Kerék szögsebességek és a robot sebessége közti összefüggés:
Legyen

- a kerekek sugara – *r*
- A féltengely távolság –*l*
- A kerekek szögsebessége $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2$
- A kerekek lineáris sebessége $\dot{x}_{r_1} = r \cdot \dot{\varphi}_1, \dot{x}_{r_2} = r \cdot \dot{\varphi}_2$

Ha a 2. kerék rögzített és az 1. forog:



2. Ábra: Robot sebességek –kerék sebességek

$$\begin{cases} v = \dfrac{\dot{x}_r}{2} = \dfrac{r \cdot \dot{\varphi}}{2} \\ \omega = \dfrac{v}{l} = \dfrac{r \cdot \dot{\varphi}}{2l} \end{cases}$$

Ha mind a két kerék forog, a sebességek/szögsebességek összeadódnak. A szögsebességnél figyelembe kell venni, hogy a két kerék ellentétes irányba történő forgást generál. Tehát:

$$\begin{cases} v = \dfrac{r \cdot \dot{\varphi}_1}{2} + \dfrac{r \cdot \dot{\varphi}_2}{2} \\ \omega = \dfrac{r \cdot \dot{\varphi}_1}{2l} - \dfrac{r \cdot \dot{\varphi}_2}{2l} \end{cases} \tag{2}$$

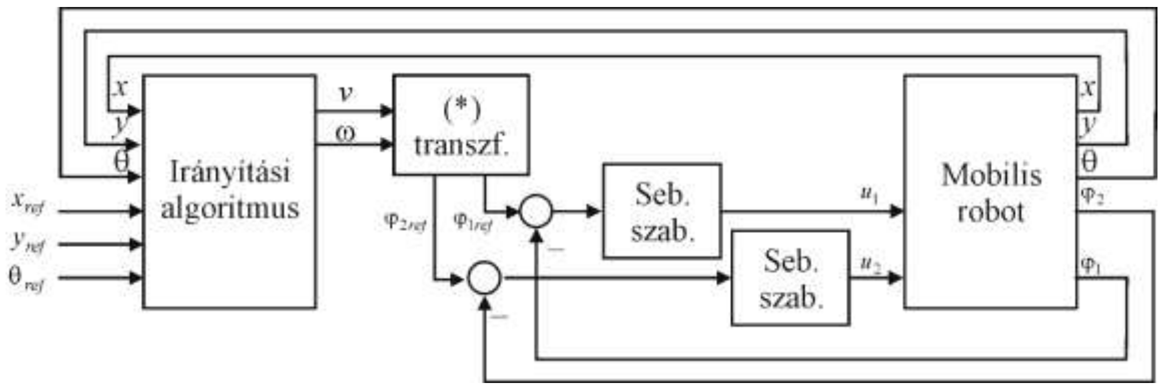
$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = \dfrac{v + \omega}{\dfrac{r}{2} \cdot \left(1 + \dfrac{1}{l}\right)} \\ \dot{\varphi}_2 = \dfrac{v - \omega}{\dfrac{r}{2} \cdot \left(1 + \dfrac{1}{l}\right)} \end{cases} \tag{3}$$

2.2 Irányítás kinematikai modell alapján

Megkülönböztetünk ponttól pontig és pályakövető irányítást. Ponttól pontig irányítás esetében adott a célpozíció és az orientáció a célpozícióba. Pályakövetés esetén adott a robot pályájának időfüggvénye:

$$\begin{cases} x_{ref} = x_{ref}(t) \\ y_{ref} = y_{ref}(t) \\ \theta_{ref} = \theta_{ref}(t) \end{cases}$$

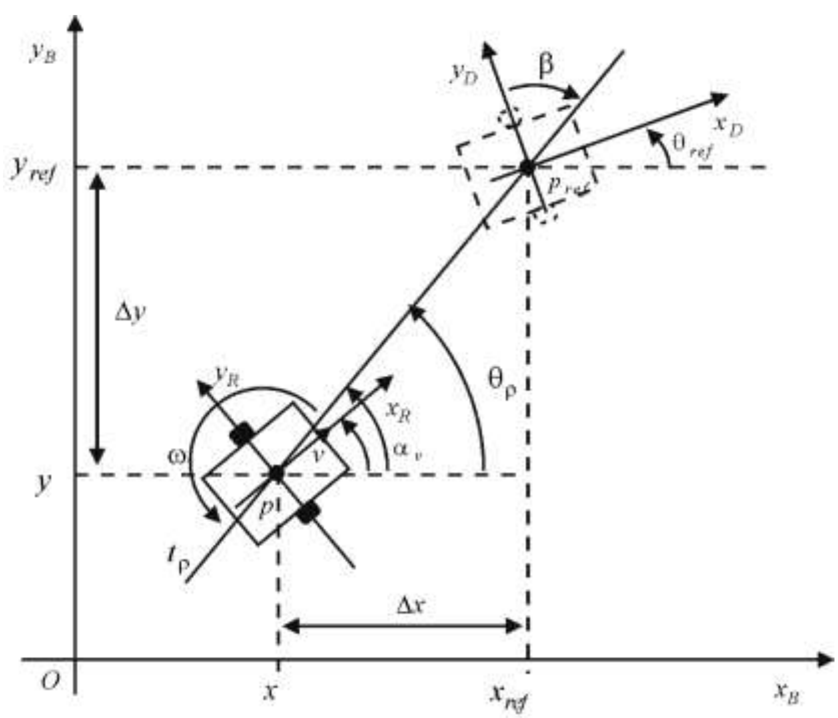
Az irányítás során a robot sebességét és szögsebességét határozzuk meg (ezek lesznek a beavatkozó jelek). A v, w alapján meghatározzuk a kerekek szögsebességét. Ezek lesznek az alapjelek a kerekek szögsebességét biztosító sebességszabályozónak.



3. ábra: Mobilis robot irányítási rendszere

Seb.szab. – sebesség szabályozó
u_1, u_2 – a kerekeknek kiszámított feszültség (beavatkozó jel)
(*) transzf. – (3) összefüggés

Ponttól pontig irányítás



4. ábra: Ponttól pontig irányítás

Adva van $x_{ref}, y_{ref}, \theta_{ref}$ előírt pozíció és orientáció, konstans értékek. Vegyük fel egy ennek megfelelő $x_D O y_D$ koordinátarendszert a mozgás síkjában úgy, hogy Ox_B és Ox_D közötti szög θ_D, t_ρ egyenes, amely áthalad P_{ref} –en és P-n

$$\rho = d(P_{ref}, P) \textit{ távolság}$$

$$\alpha = (x_R \hat{,} t_\rho) \textit{ szög}$$

$$\beta = (x_D \hat{,} t_\rho) \textit{ szög}$$

Feltételezzük, hogy $x_{ref} = y_{ref} = \theta_{ref} = 0$. Linearizáljuk a kinematikai modellt a refenciában:

$$\begin{cases} \dot{x} = \cos\theta \cdot v \\ \dot{y} = \sin\theta \cdot v \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \qquad \theta = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos\theta = 1 \\ \sin\theta = 0 \end{cases}$$

Az állapotok: $\underline{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix}$

A linearizált modell $(\dot{x} = Ax + Bu)$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{A} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{B} \cdot \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}$$

A rendszer megfigyelhetőségi mátrixa: $M_C = \lfloor B \quad AB \quad A^2B \rfloor$

$$M_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad rank(M_C) = 2 \quad < 3$$

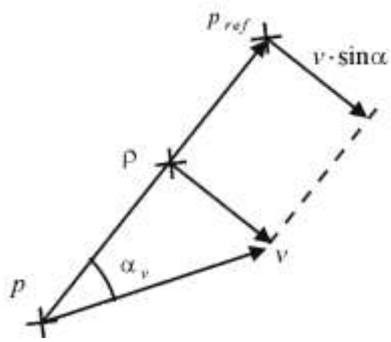
$\Rightarrow$ A rendszer lineáris állapotvisszacsatolással nem irányítható.

Nemlineáris állapotvisszacsatolás tervezése: Fogalmazzuk át az irányítási feladatot: Keressük úgy a v, ω értékeket, hogy $\rho \to 0$, $\alpha \to 0$, $\beta \to 0$, ha $t \to \infty$.

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\ \alpha = -\theta + a\tan\left(\dfrac{\Delta y}{\Delta x}\right) \\ \beta = -\theta - \alpha + \theta_{ref} \end{cases} \tag{4}$$

$$\Delta x = x_{ref} - x; \quad \Delta y = y_{ref} - y$$

Az új állapotok változásai, ha $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, vagyis a v sebességvektor a „cél felé néz”.



5. Ábra: Az α szög meghatározása

Az új állapotok dinamikájának meghatározása:

1. $\rho^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 \quad \left| \frac{d}{dt} \right.$

$$\rho \cdot \dot{\rho} = 2\Delta x(\dot{x}_{ref} - \dot{x}) + 2\Delta y(\dot{y}_{ref} - \dot{y})$$

$$\dot{\rho} = -\frac{\Delta x}{\rho}\dot{x} - \frac{\Delta y}{\rho}\dot{y}$$

$$\frac{\Delta x}{\rho} = \cos(\theta + \alpha)$$

$$\frac{\Delta y}{\rho} = \sin(\theta + \alpha)$$

$$\dot{x} = v \cdot \cos(\theta)$$

$$\dot{y} = v \cdot \sin(\theta)$$

$$\dot{\rho} = -\cos\theta \cdot \cos\alpha \cdot v \cdot \cos\theta + \sin\theta \cdot \sin\alpha \cdot v \cdot \cos\theta - \sin\alpha \cdot \cos\theta \cdot v \cdot \sin\theta - \cos\alpha \cdot \sin\theta \cdot v \cdot \sin\theta$$

$$\dot{\rho} = -(\cos^2\theta + \sin^2\theta) \cdot v \cdot \cos\theta$$

$$\dot{\rho} = -v \cdot \cos\theta$$

2. $\dot{\alpha} = -\dot{\theta} + \dot{\theta}_\rho = -\omega + \frac{v}{\rho} \cdot \sin\alpha$

3. $\dot{\beta} = -\dot{\theta} - \dot{\alpha} + \dot{\theta}_{ref} = -\omega + \omega - \frac{v}{\rho} \cdot \sin\alpha = -\frac{v}{\rho} \cdot \sin\alpha$

Tehát:

$$\begin{pmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos\alpha & 0 \\ \frac{\sin\alpha}{\rho} & -1 \\ -\frac{\sin\alpha}{\rho} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}$$

Ha $\alpha \in \left[-\pi, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, akkor a sebességvektor a céllal ellentétes irányba néz és a $v := -v$ helyettesítést kell elvégezzünk.

Válasszuk az irányítási algoritmust:

$$\begin{aligned} v &= K_\rho \cdot \rho \\ \omega &= K_\alpha \cdot \alpha + K_\beta \cdot \beta \end{aligned} \tag{5}$$

Behelyettesítve kapjuk a zárt rendszert:

$$\begin{cases} \dot{\rho} = -\cos\alpha \cdot K_\rho \cdot \rho \\ \dot{\alpha} = \sin\alpha \cdot K_\rho - K_\alpha \cdot \alpha - K_\beta \cdot \beta \\ \dot{\beta} = -\sin\alpha \cdot K_\rho \end{cases}$$

Linearizáljuk $\alpha = 0$ körül $\begin{cases} \cos\alpha = 1 \\ \sin\alpha = \alpha \end{cases}$

A linearizált zárt rendszer:

$$\begin{cases} \dot{\rho} = -K_\rho \cdot \rho \\ \dot{\alpha} = \left(K_\rho - K_\alpha\right) \cdot \alpha - K_\beta \cdot \beta \\ \dot{\beta} = -K_\rho \cdot \alpha \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -K_\rho & 0 & 0 \\ 0 & \left(K_\rho - K_\alpha\right) & -K_\beta \\ 0 & -K_\rho & 0 \end{bmatrix}}_{A} \cdot \begin{bmatrix} \rho \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

A rendszermátrix karakterisztikus polinomja:

$$\det(\lambda I - A) = \left(\lambda + K_\rho\right) \cdot \left(\lambda^2 - \left(K_\rho - K_\alpha\right) \cdot \lambda - K_\beta \cdot K_\rho\right)$$

Ahhoz, hogy a szabályozás stabil legyen, az összes sajátérték valós része negatív kell, hogy legyen $\mathrm{Re}(\lambda_i) < 0, \quad i = 1,2,3$

Ennek feltétele, hogy a szabályozó paramétereit az alábbi

3. A mérés menete

Feladat: Modellezzük a mobilis robotot S-függvények technikájával. Modellezzük a ponttól pontig irányítást S-függvényként. Készítsük el a szabályozási kört és vizsgáljuk a szabályozás minőségét.

A robotot leíró modellt és a szabályozót *s-function* formájában építjük fel. Az s függvény általános formája:

```
function [sys, x0]= model(t, x, u, flag)

if (sys==0)
  %Initialization
    sys = [ ,      % number of continuous states
           ,      % number of discrete states
```

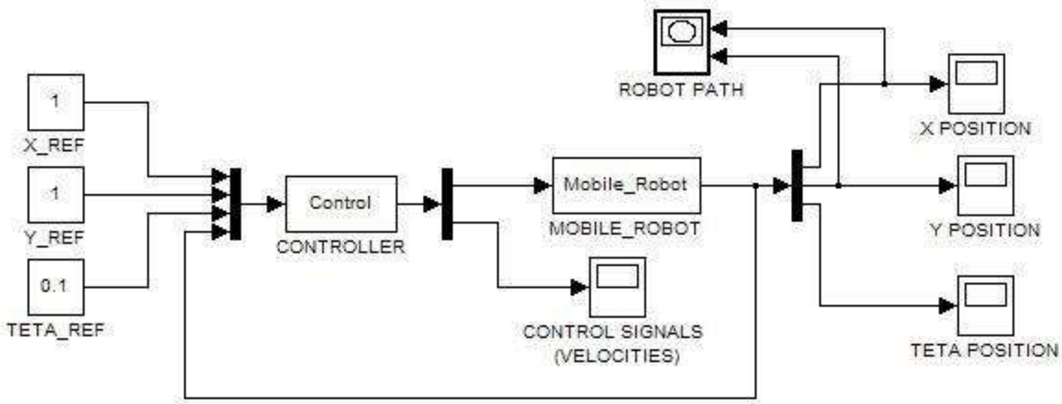
```
            ,       % number of outputs
            ,       % number of inputs
           0,       % reserved must be zero
            ];      % direct feedthrough flag
    x0  = [];

if (flag==1)                        % continous states
  sys=
elseif (flag==2)      % output  equation
  sys=
elseif (flag==3)      % model constants
  sys=
else
  sys=[];
end
```

Egy s függvény bemenetei az idő (*t*) a rendszer állapotai (*x*), a rendszer bemenetei (*u*) és egy kapcsoló (*flag*) amely az s függvény állapotát adja meg. A visszaterítési érték (*sys*) a kapcsoló értékétől függ.
Ha a kapcsoló értéke 0 akkor a rendszer dimenzióit és kezdő állapotait (*x0*) adjuk meg. Az *sys* utolsó paramétere 0, ha a bemenet hatása egyenes úton jelentkezik a kimeneten (statikus elemek is vannak a rendszerben)
Ha a kapcsoló értéke 1, akkor a rendszer folytonos állapotainak változását kell visszatériteni ($d\underline{x}/dt$)
Ha a kapcsoló értéke 2, akkor a rendszer diszkrét állapotainak változását kell visszatériteni ($\underline{x}_{k+1}$)
Ha a kapcsoló értéke 3, akkor a rendszer kimeneteit kell visszatériteni ($\underline{y}$)

A robot modellt az (1) összefüggésben megadott kinematikai modell alapján építjük fel. A v, w sebességeket az (2) összefüggésben megadott kerék transzformáció alapján határozzuk meg. A kerekek szögsebességei az s-függvény bemenetei. A robotmodellnek két bemenete, három kimenete és három folytonos állapota van (pozíció X koordináta, pozíció y koordináta és a szögelfordulás). A kimenetek megegyeznek az állapotokkal. A rendszernek nincs diszkrét állapota. A kezdőállapotok legyenek nullák. A robot paraméterei legyenek:
- kerék átmerő: *r=2.6E-2;*
- tengely távolság fele: *l=5.75E-2;*

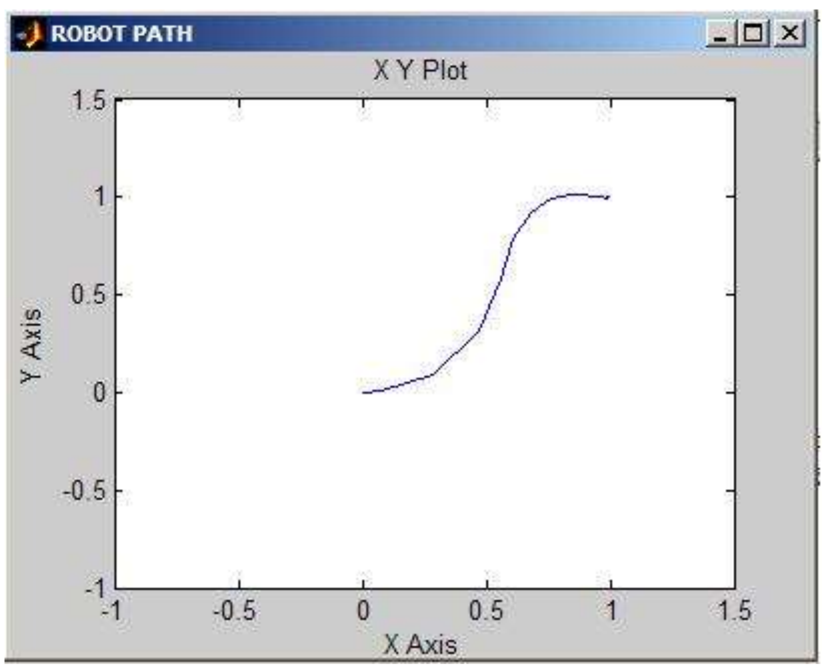
A szabályzónak hat bemenete van: az előírt pozíció koordináták (X és Y) és az előírt orientáció és a mobilis robot kimenetei (pozíció koordináták és az orientáció). Válasszunk a modellnek négy kimenetet (kerekek szögsebességei valamint a robot lineáris sebessége és szögsebesség). Az utóbbi kettőt csak monitorizálási célokra alkalmazzuk. Mivel a szabályozó statikus, az s-függvény folytonos és diszkrét állapotait nullának választhatjuk, ugyanakkor beállítjuk, hogy a kimenete hatása egyenes őtón érződik a bemeneten.
A kerekek szögsebességeinek kiszámítása:
- Meghatározzuk a ρ, α, β paramétereket a (4) összefüggés alapján.

- Kiszámítjuk a robot lineáris sebességét és szögsebességét az (5) összefüggés alapján. Válasszuk a szabályozóparamétereket az alábbi módon: $K_\rho=1$, $K_\alpha=2$, $K_\beta=-2$.
- A kerék szögsebességek meghatározására elvégezzük az (3) transzformációt



6 Ábra: A mobilis robot szabályozási rendszere

Építsük fel az 6 Ábrán látható szabályozási rendszert. A referencia pozíció koordinátáit illetve az orientációt *Const* blokkokkal, konstansként adjuk meg. A pozíció koordintátákat és orientáció illetve a beavatkozó jeleket (sebesség, szögsebesség) *Scope* blokkokkal vizsgáljuk. A pozíció koordinátákat vizsgáljuk még *XY Graph* ablakelemen, aminek segítségével kirajzolhatjuk a robot útját, trajektóriáját (lásd 7 Ábra).



7 Ábra: A robot síkbeli mozgása

Módosítsuk a szabályozó három paraméterét egyenként. Milyen hatással van a három paraméternek a szabályozási időre és a túllövésre?

4. Kérdések és feladatok

1. Módosítsuk a programot úgy, hogy se a modell se a szabályozó ne tartalmazza a kerék transzformációt.
2. Vizsgáljuk meg, mi történik a rendszer kimeneteivel, ha a szabályozó paraméterei nem teljesítik a stabilitásra vonatkozó feltételeket?
3. Keresünk az Interneten négykerekű mobilis robot mozgását leíró modellt illetve a négykerekű (gépjármű szerű) mobilis robot ponttól pontig szabályozását megoldó algoritmust.