Oldat koncentrációszabályozása

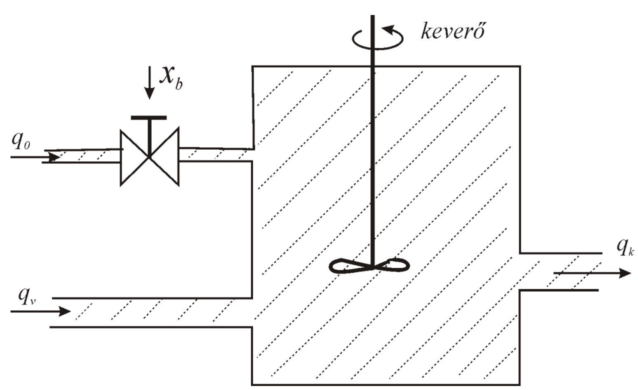
1. A gyakorlat célja

A koncentráció szabályozás folyamatmodelljének megismerése. Szabályozótervezés előírt tranziens jellemzők alapján. A szabályozás szimulációja, eredmények feldolgozása.

2. Elméleti bevezető

2.1 A folyamat modellezése

Számos vegyi folyamat esetén adott vízmennyiségben egy oldat koncentrációját kell konstans értéken tartani. A rendszerbe áramló folyadékok mennyiségét hozammal (egységnyi idő alatt be/kiáramló térfogattal) jellemezzük. A rendszer vázlatát az 1 Ábra mutatja. c_0 koncentrációjú oldatot vízzel keverünk, hogy c_k koncentrációjú oldatot kapjunk. A beáramló víz hozama q_v állandó, a beáramló oldat q_0 hozamát szeleppel szabályozzuk. A koncentrációt jellemezhetjük például egy literre eső oldott anyag mennyiségének grammokban kifejezett értékével.



1 Ábra: Koncentráció szabályozási folyamat vázlata

A rendszer bemenete a szelepzár x_b pozíciója, kimenete a kapott oldal c_k koncentrációja.
A beáramló oldat mennyisége a szelepzár pozíciójával arányos:

$$q_0 = K_B x_b \tag{1}$$

Feltételezve, hogy a tartályban az oldatszint állandó, a kiáramló oldat mennyisége a beáramló oldat és víz mennyiségének összege:

$$q_k = q_0 + q_v \quad (2)$$

Elemi idő alatt $q_0 c_0 dt$ tömegű oldat kerül a V térfogatú tartályba, ugyanakkor $q_k c_k dt$ tömegű oldott anyag hagyja el azt. Feltételezve, hogy a vízben az oldat koncentrációja 0, a koncentrációváltozás:

$$dc_k = \frac{(q_0 c_0 + q_V \cdot 0) - q_k c_k}{V} dt \quad (3)$$

A rendszer differenciálegyenlete tehát:

$$\frac{dc_k}{dt} + \frac{q_k}{V} c_k = \frac{c_0 K_B}{V} x_B \quad (4)$$

Ha feltételezzük, hogy $q_0 << q_v$, akkor $q_k \approx q_v$ állandó, tehát paraméternek tekinthetjük. Alkalmazva a Laplace transzformáltat, a rendszer átviteli függvénye:

$$\begin{aligned} &sc_k(s) + \frac{q_v}{V} c_k(s) = \frac{c_0 K_B}{V} x_B(s) \\ &H(s) = \frac{c_k(s)}{x_B(s)} = \frac{K}{Ts+1} \\ &K = \frac{c_0 K_B}{q_v}, \qquad T = \frac{V}{q_v} \end{aligned} \quad (5)$$

Ha a folyamat beavatkozója integráló jellegű (K_α/s), például szervomotor, akkor a folyamat modellje a beavatkozóval:

$$\begin{aligned} &H(s) = \frac{c_k(s)}{x_B(s)} = \frac{K}{(Ts+1)s} \\ &K = \frac{c_0 K_B K_\alpha}{q_v}, \qquad T = \frac{V}{q_v} \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 Másodfokú lengőrendszer, időtartománybeli minőségi jellemzők

Irányítástechnikai alkalmazásoknál kiemelt jelentőségű rendszermodell a másodfokú lengőrendszer. Az irányítás tervezésénél abból indulhatunk ki, hogy az irányított rendszer úgy viselkedjen, mint egy előírt referenciarendszer. Tipikusan ilyen rendszernek választható a másodfokú lengőrendszer:

$$H(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} \overset{\left(\omega_n = \frac{1}{T}\right)}{=} \frac{\omega_n^{\,2}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^{\,2}} \quad (7)$$

$\xi>0$ jelöli a rendszer csillapítását, $\omega_n>0$ a rendszer saját körfrekvenciáját.

$\xi<1$ feltétel mellett a pólusok komplexek, ami lengő viselkedésre utal: ha a rendszer bemenetére egységugrás-szerű, a kimeneten csillapított, lengő választ kapunk (5.5 Ábra). A rendszer válaszának legfontosabb jellemzőit *időtartománybeli minőségi jellemzőknek* nevezzük:

1. Túllövés: az egységugrásra adott válasz legnagyobb pozitív irányú eltérése az egységugrástól, százalékban kifejezve. Az alábbi képlet alapján számíthatjuk:

$$\Delta\nu = \exp\left(-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \qquad 8)$$

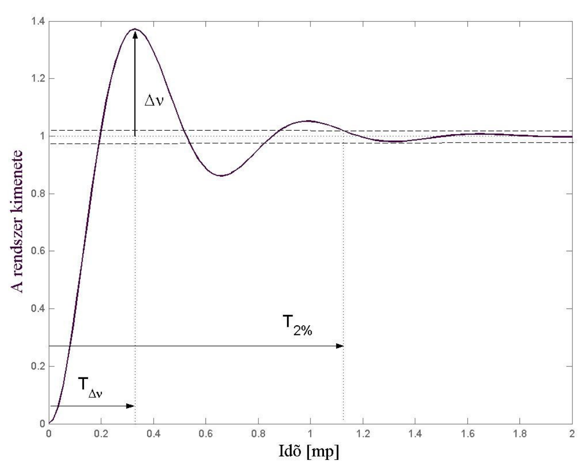
2. Belengési idő: a túllövés bekövetkezésének ideje.

$$T_{\Delta\nu} = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \qquad (9)$$

3. Szabályozási idő: az az időtartam, amelynek elteltével a rendszer egységugrásra adott válasza csak maximum 2% -kal tér el az egységtől. Az 5.5 Ábrán a 2%-os sávot a vízszintes szaggatott vonalak jelölik.

$$T_{2\%} \cong \frac{4}{\xi\cdot\omega_n} \qquad (10)$$

Fontos eset a $\xi=\frac{\sqrt{2}}{2}$ csillapítás, ugyanis erre az értékre a válasz túllövése $\Delta\nu=\exp(-\pi)=0.043 \Rightarrow \Delta\nu=4.3\%$. Tehát a $\xi=\frac{\sqrt{2}}{2}$ csillapítási érték kis túllövést biztosít.



2 Ábra: Másodfokú lengőrendszer tipikus válasza egységugrás bemenetre

3. A *mérés menete*

Legyenek az irányított folyamat paraméterei:

$V = 2\ \mathrm{m}^3$

$q_V = 1\ {}^{\mathrm{l}}\!/_{\mathrm{sec}}$

$K_B = 0.1\ {}^{1}\!/_{\mathrm{rad}}$

$K_\alpha = 0.2\ \dfrac{\mathrm{rad/sec}}{\mathrm{V}}$

$C_O = 100\ {}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^3}$

Tervezzünk a folyamatnak PD szabályozót gy hogy egységugrásra az állandósult állapotbeli hiba nulla legyen, 20 másodperc alatt érjük el a 2% szabályozási pontosságot, a túllövés 10% legyen.

1. Határozzuk meg a szabályozó tervezéséhez alkalmazható referenciarendszert. A (7) és (9) összefüggéseket alkalmazhatjuk:

$$\ln \Delta\nu = -\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\ln \Delta\nu}{\pi}\right)^2 = \frac{\xi^2}{1-\xi^2}$$

$$\left(\frac{\ln \Delta\nu}{\pi}\right)^2 = \left(1+\left(\frac{\ln \Delta\nu}{\pi}\right)^2\right)\xi^2$$

$$\begin{cases} \omega_n = \dfrac{4}{\xi T_{2\%}} \\ \xi = \pm\sqrt{\dfrac{\left(\dfrac{\ln \Delta\nu}{\pi}\right)^2}{1+\left(\dfrac{\ln \Delta\nu}{\pi}\right)^2}} = \pm\dfrac{\ln \Delta\nu}{\pi\sqrt{1+\left(\dfrac{\ln \Delta\nu}{\pi}\right)^2}} \end{cases}$$

Vizsgáljuk meg hogy az így számított paraméterekkel a kapott referenciarendszer teljesíti-e a szabályozási követelményeket.

2. Mivel a folyamat tartalmaz integrátort ágy garantálva egységugrásra a nulla állandósult állapotbeli hibát, a szabályozáshoz alkalmazzunk PD szabályozót. Számítsuk ki a szabályozási követelményeknek megfelelő PD szabályozó paramétereket (K_p, T_d, T):

$$H_{PD}(s) = K_P\left(1+\frac{T_d \cdot s}{T \cdot s + 1}\right)$$

A nyílt rendszer:

$$H_N(s) = K_P\left(\frac{(T_d + T)\cdot s + 1}{T\cdot s + 1}\right)\cdot\frac{K_F}{s(T_F\cdot s + 1)}$$

Válasszuk a deriválási időt:

$$T_F = T_d + T \quad \Rightarrow \quad T_d = T_F - T$$

A zárt rendszer:

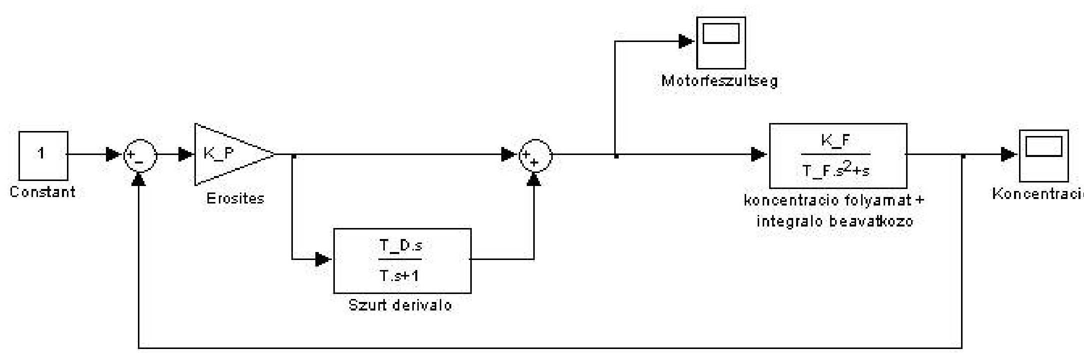
$$H_N(s) = \frac{K_P\cdot K_F}{s(T\cdot s + 1)}$$

$$H_O(s) = \frac{\dfrac{K_P\cdot K_F}{s(T\cdot s+1)}}{1 + \dfrac{K_P\cdot K_F}{s(T\cdot s+1)}} = \frac{K_P\cdot K_F}{T\cdot s^2 + s + K_P\cdot K_F} = \frac{\dfrac{K_P\cdot K_F}{T}}{s^2 + \dfrac{s}{T} + \dfrac{K_P\cdot K_F}{T}}$$

Ahhoz hogy a zárt rendszer úgy viselkedjen, mint az előírt referenciarendszer, a szabályozó paraméterei:

$$\begin{cases}\omega_n^2 = \dfrac{K_P\cdot K_F}{T}\\[2mm] \dfrac{1}{T} = 2\xi\omega_n\end{cases} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases}T = \dfrac{1}{2\xi\omega}\\[2mm] K_P = \dfrac{\omega_n^2\cdot T}{K_F}\end{cases}$$

3. Készítsük el a 3 Ábrán látható szimulációs diagrammot. Ellenőrizzük le, hogy teljesíti-e a szabályozási rendszer a követelményeket (túllövés, szabályozási idő)



3. Ábra: A koncentráció szabályozás modellje

4. Kérdések és feladatok

1. Válasszunk a szabályozási követelménynek kisebb túllövést (5%). Hogyan módosul a beavatkozó jel?
2. Válasszunk a szabályozási követelménynek nagyobb szabályozási időt (20 másodperc). Hogyan módosul a beavatkozó jel?
3. Mikor szükséges, hogy a szabályozó is tartalmazzon integrátort?