Hőmérsékletprofil követés PI szabályozóval

1. A gyakorlat célja

Profilgenerálás implementálása, alkalmazás hőmérsékletszabályozásra. Mintavételes PI szabályozás megvalósítása.

2. Elméleti bevezető

2.1 PI szabályozó

A PI szabályozó figyelembe veszi a szabályozási hiba múltbeli alakulását is. A múltbeli hiba összegzett hatását integráló csatornával számítjuk. A folytonos idejű PI szabályozó esetében a beavatkozó jelet az alábbi formában kapjuk:

$$u(t) = K_P \cdot \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau)\, d\tau \right), \quad K_P, T_i > 0 \tag{1}$$

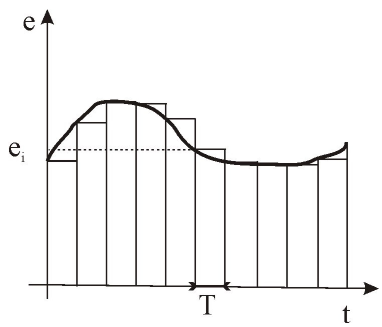
A $T_i > 0$ paraméter az integrálási idő.
Az átviteli függvényt az alábbi formában kapjuk:

$$u(s) = K_P \cdot \left(e(s) + \frac{1}{T_i s} e(s) \right)$$

$$H_{PI}(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \tag{2}$$

A PI szabályozó kauzális, az integrátor csatorna miatt a pólusa a zéróban van.
A szabályozó mintavételes megvalósításánál az integráló tag megközelítésére a téglalap módszert lehet alkalmazni, az *e(t)* hibafüggvény alatti területet *T* szélességű téglalapokkal közelítjük meg (lásd 3.5 Ábra). Az integrál megközelítőleg egyenlő a téglalapok területének összegével a *k*-ik mintavételig:

$$\int_0^T e(t)\, dt = \sum_{i=0}^{k} T \cdot e_i \tag{3}$$



1 Ábra: Az integrál megközelítése téglalapokkal

Felhasználva a (3.12) approximációt, a beavatkozó jel számítása a *k*-ik mintavételben:

$$u_k = K_P \cdot \left(e_k + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^{k} e_i \right) \tag{4}$$

Egyszerűbb implementálási forma kapható, ha a beavatkozó jele számítása rekurzívan történik. Felírva a beavatkozó jelet a *k* és *k-1* mintavételben, majd egymásból kivonva:

$$\begin{array}{l|l} u_k = K_P \cdot \left(e_k + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^{k} e_i \right) & \\ u_{k-1} = K_P \cdot \left(e_{k-1} + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^{k-1} e_i \right) & - \\ \hline u_k - u_{k-1} = K_P \cdot \left(e_k - e_{k-1} + \frac{T}{T_i} e_k \right) & \end{array} \tag{5}$$

Így beavatkozó jel a *k*-ik mintavételben:

$$u_k = u_{k-1} + K_P \cdot \left(e_k - e_{k-1} + \frac{T}{T_i} e_k \right) \tag{6}$$

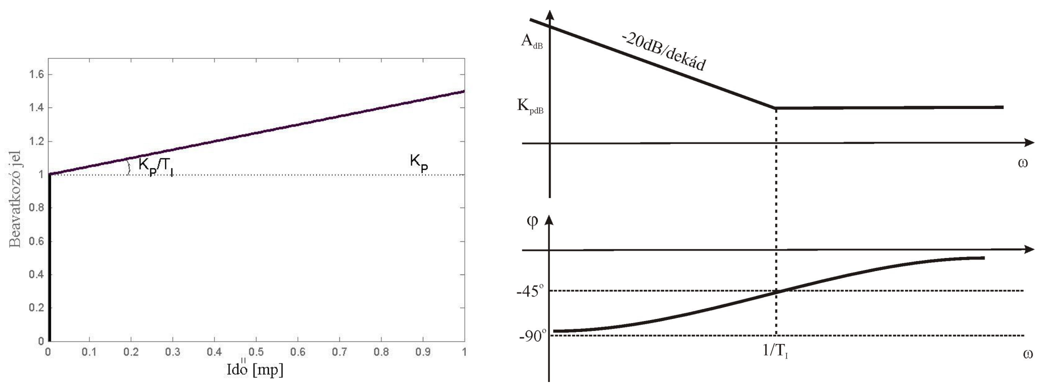
Látszik, hogy a beavatkozó jel értéke mindaddig változni fog, amíg a szabályozási hiba nem válik nullává. Ez jó szabályozóparaméter megválasztás mellett nagy pontosságú szabályozást biztosít.
A mintavételes approximáció átviteli függvénye a *Z* transzformált alkalmazásával számítható:

$$u_k = u_{k-1} + q_0 \cdot e_k + q_1 \cdot e_{k-1} \quad q_0 = K_P (1 + \frac{T}{T_i}) \quad q_1 = -K_P \tag{7}$$

$$u(z) = u(z) z^{-1} + q_0 \cdot e(z) + q_1 \cdot e(z) z^{-1}$$

$$H_{PI}(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{q_0 z + q_1}{z-1} \qquad (8)$$

A PI szabályozó egységugrásra adott válasza és Bode diagramja a 3.6. Ábrán látható. Mivel az egységugrás hiba bemenet konstans bármely *t>0* pillanatban, a beavatkozó jel az integráló tag miatt sebességugrás-szerűen nőni fog.



2 Ábra: Az ideális PI szabályozó egységugrásra adott válasza és Bode diagramja

2.2 Az integrálás hatása az alapjel követésre

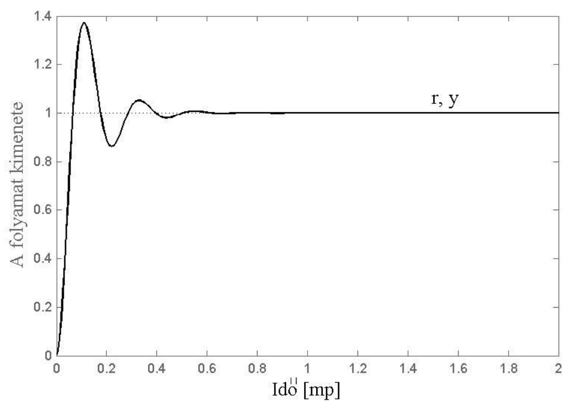
Feltételezzük, hogy a nyílt rendszer modellje az alábbi formában írható fel:

$$H_N(s) = K_P K_F \frac{1}{s} \frac{\left(\frac{1}{z_1}s+1\right)\ldots\left(\frac{1}{z_m}s+1\right)}{(T_1 s+1)\cdots(T_n s+1)} \qquad (9)$$

Feltételezve, hogy *az alapjel egységugrás*, *r(s)=1/s*, az állandósult állapotbeli hiba:

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{1+H_N(s)} \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s\to 0} s \frac{1}{1+\frac{K}{s}} \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s\to 0} \frac{s}{s+K} = 0 \qquad (10)$$

Ha van integrátor akár a folyamatban, akár a szabályozóban, egységugrás alapjelre az állandósult állapotbeli hiba nullához konvergál (lásd 3 Ábra).

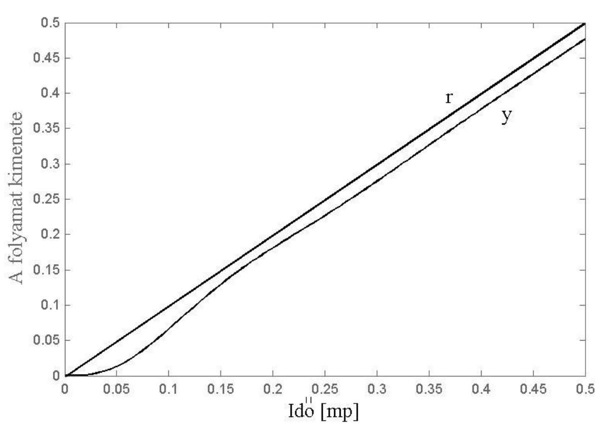


3 Ábra: Állandósult állapotbeli hiba egységugrásra (integrátorral)

Feltételezve, hogy *az alapjel sebességugrás*, $r(s)=1/s^2$, az állandósult állapotbeli hiba:

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s \frac{1}{1+\frac{K_P K_F}{s}} \cdot \frac{1}{s^2} = \lim_{s\to 0} \frac{s}{s+K_P K_F} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{K_P K_F} \tag{11}$$

Ha az alapjel sebességugrás, az állandósult állapotbeli hiba nem válik zéróvá, de csökkenthető a szabályozó erősítésének növelésével (lásd 4 Ábra).

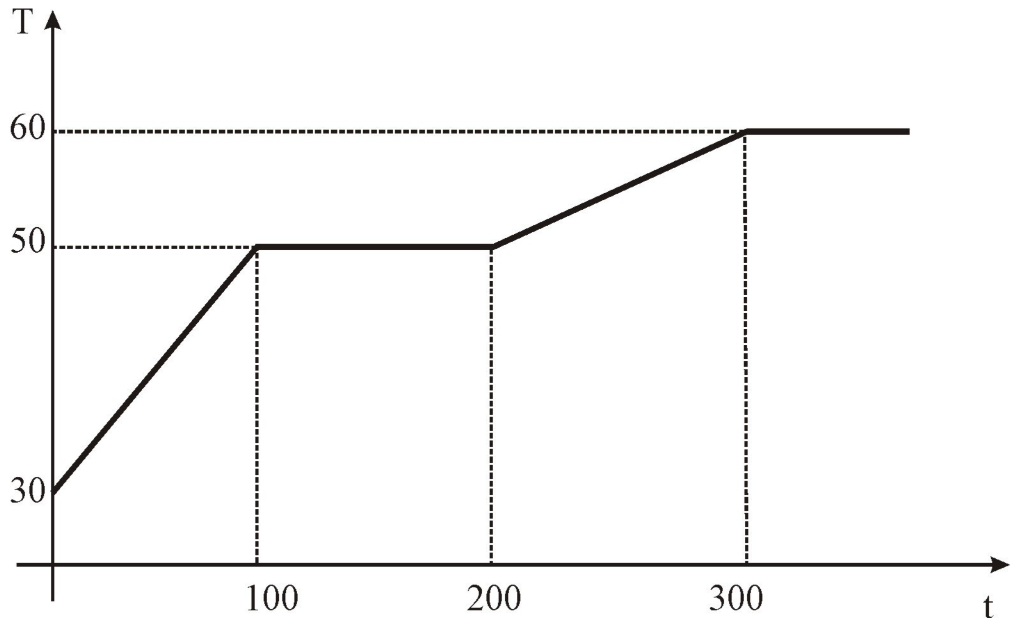


4 Ábra: Állandósult állapotbeli hiba sebességugrásra (integrátorral)

3. A *mérés menete*

A *TempemperatureControlLab* tervben állítsunk elő egy hőmérsékletprofilt (időben változó alapjelet) majd PI szabályozóval szabályozzuk rá a folyamat hőmérséklet-kimenetét a profilra.

1. Profilgenerálás:
Valósítsuk meg az 5. Ábrán látható hőmérsékletprofilt a *GetControlReference* függvényben.



5. Ábra: Hőmérsékletprofil

- Először az időalapot generáljuk. Ismerve, hogy a mintavételi periódus $TM=1$ másodperc, az idő változót (t) minden mintavételi periódusban növeljük: $t=t+TM;$
- A profilban vannak konstans hőmérsékletszakaszok szakaszok és konstans meredekségű hőmérsékletszakaszok. Feltételezve, hogy a konstans meredekségű szakaszok kezdeti hőmérséklete T_k véghőmérséklete T_v, kezdet időpillanata t_k, végső időpillanat t_v, akkor a hőmérséklet alapjelet az alábbi összefüggés alapján kell növelni:

$$DT = \frac{T_v - T_k}{t_v - t_k} TM$$

Az 5. Ábrán levő hőmérsékletprofilt az alábbi módon programozhatjuk le:

```
t = 30
if (t < 100)
     t += DT1
else if (t < 200)
     t = 50
else if (t < 300)
     t = DT2
else
     t = 60
```

2. A PI szabályozó megvalósítása
A *GetControlSignal* függvényben:

- Lekérdezzük a szabályozási hibát a *GetControlError* függvénnyel
- A (6) összefüggés alapján kiszámoljuk a beavatkozó jelet. T a mintavételi periódust jelöli.
- A beavatkozó jelet korlátozzuk a +/-100 tartományra.

3. Kiértékelés:
- Ábrázoljuk grafikusan a beavatkozó jelet és a hőmérsékletet a *GetTemperatureList* és a *GetControlList* függvényekben.
    - Vizsgáljuk meg a hőmérséklet kimenet és a beavatkozó jel változását egymáshoz képest
    - Vizsgáljuk meg a hőmérséklet kimenetet különböző K_P és T_I értékekre.

4. Kérdések és feladatok

1. Programozzuk le az alapjelkövetés feladatát általánosítva, feltételezve, hogy N pont áll rendelkezésünkre: $(t_1, T_1), (t_2, T_2), \ldots (t_N, T_N)$.
2. Írjuk át a programot olyan formában, hogy a hűtés kimenetet nem alkalmazzuk. (az AUXPORT második kimenetére mindig zérót küldünk ki). Hogyan változik a rendszer válasza.
3. Módosítsuk az irányítási algoritmust PI helyett P szabályozóra és végezzük el a profilkövetést. Hogyan változik a követési pontosság?