Aktív lengéscsillapítás. PID szabályozás

1. A gyakorlat célja

PID szabályozó tervezése lengések csillapítására pólus-zérus kiejtés elve alapján. Mintavételes PID szabályozó valós idejű implementálása.

2. Elméleti bevezető

2.1 A PID szabályozó

A PID (Proporcionális Integráló Deriváló) a napjainkban legelterjedtebb irányítási algoritmus ipari szabályozókörökben. Képes reagálni az aktuális szabályozási hibára, a múltbeli hibára illetve a jövőbeli hibára. A múltbeli hibát a hiba integráljával, a jövőbeli hibát a hiba deriváltjával jellemzi. Ennek megfelelően folytonos időtartományban a beavatkozó jel számítása a hiba függvényében:

$$u(t) = K_P \cdot \left(e(t) + T_d \frac{de}{dt} + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau)\, d\tau \right), \quad K_P, T_i, T_d > 0 \tag{1}$$

Az átviteli függvény a deriváló csatorna miatt ugyancsak nem kauzális folytonos időben:

$$u(s) = K_P \cdot \left(e(s) + T_d s \cdot e(s) + \frac{1}{T_i s} e(s) \right)$$

$$H_{PID}(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P \cdot \left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right) = K_P \cdot \frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s} \tag{2}$$

A szabályozó átviteli függvényének egy pólusa van a nullában (az integrátor csatorna miatt) és két zérusa. A zérusok egyszerűen számíthatóak a (2) modell nevezőjéből:

$$T_i T_d s^2 + T_i s + 1 = 0$$
$$s_{1,2} = \frac{-T_i \pm \sqrt{T_i (T_i - 4T_d)}}{2 T_i T_d} \tag{4}$$

A (4) összefüggésből kiolvasható annak feltétele, hogy a zérusok valósak legyenek: $T_I > 4T_D$.

A deriváló csatornánál a hátratartó differenciát, az integráló csatornánál a téglalap-megközelítést alkalmazva a mintavételes felírásnál, a beavatkozó jel számítása a *k*-ik mintavételben:

$$u_k = K_P \cdot \left(e_k + T_d \frac{e_k - e_{k-1}}{T} + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^{k} e_i \right) \tag{5}$$

A mintavételes szabályozó rekurzív formája egyszerűen következik

$$u_k = u_{k-1} + K_P \cdot \left(e_k - e_{k-1} + T_d \frac{e_k - 2e_{k-1} + e_{k-2}}{T} + \frac{T}{T_i} e_k \right) \tag{6}$$

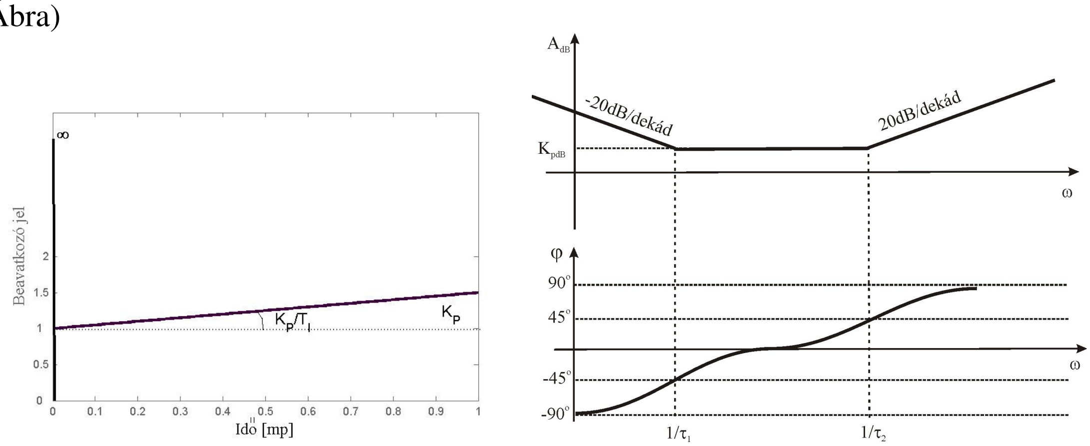
A mintavételes approximáció átviteli függvényének számításához vezessük be az alábbi jelöléseket:

$$\begin{gathered} u_k = u_{k-1} + q_0 \cdot e_k + q_1 \cdot e_{k-1} + q_2 \cdot e_{k-2}, \\ q_0 = K_P \cdot \left(1 + \frac{T_d}{T} + \frac{T}{T_i} \right), q_1 = K_P \cdot \left(-1 - \frac{2T_d}{T} \right), q_2 = K_P \cdot \frac{T_d}{T} \end{gathered} \tag{7}$$

A Z transzformált alkalmazásával következik:

$$\begin{gathered} u(z) - z^{-1}u(z) = q_0 e(z) + q_1 z^{-1} e(z) + q_2 z^{-2} e(z) \\ H_{PID}(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{q_0 z^2 + q_1 z + q_2}{z^2 - z} \end{gathered} \tag{8}$$

A folytonos PID szabályozó egységugrásra adott válaszából valamint a Bode diagrammjából is látszik mindhárom (proporcionális, integráló, deriváló) csatorna hatása (1 Ábra)



1 Ábra: Az ideális PID szabályozó egységugrásra adott válasza és Bode diagrammja

2.2 Pólus-zérus kiejtés elve

A folyamat dinamikus viselkedését annak pólusai és zérusai határozzák meg. Ha valamelyik pólus vagy zérus által meghatározott tranziens viselkedéstől meg szeretnénk

szabadulni, akkor célszerű a szabályozót úgy megválasztani, hogy az adott pólus vagy zérus hatását kiejtse.
Feltételezzük, hogy a folyamatot leíró modell két pólust és két zérust tartalmaz:

$$H_F(s) = \frac{(s - z_1)(s - z_2)}{(s - p_1)(s - p_2)} \tag{9}$$

Ha a p_1 pólustól és z_1 zérustól szeretnénk megszabadulni, akkor a szabályozót az alábbi formában választhatjuk meg:

$$H_C(s) = \frac{s - p_1}{s - z_1} \tag{10}$$

Ebben az esetben a nyílt rendszer:

$$H_N(s) = H_C(s) \cdot H_F(s) = \frac{(s - p_1)}{(s - z_1)} \cdot \frac{(s - z_1)(s - z_2)}{(s - p_1)(s - p_2)} = \frac{s - z_2}{s - p_2} \tag{11}$$

A módszer fő hátránya, hogy nem robusztos: a gyakorlatban mindig van eltérés a valós rendszer pólusai/zérusai és az alkalmazott modell pólusai/zérusai között. Így a szabályozó nem ejti ki a valós folyamat pólusait, hanem csak újakat visz a rendszerbe. Legyenek a valós rendszer pólusai/ zérusai: $z_1 + \delta z_1$, $z_2 + \delta z_2$, $p_1 + \delta p_1$, $p_2 + \delta p_2$. Így a nyílt rendszer a szabályozóval:

$$H_N(s) = \frac{(s - p_1)}{(s - z_1)} \cdot \frac{(s - (z_1 + \delta z_1))(s - (z_2 + \delta z_2))}{(s - (p_1 + \delta p_1))(s - (p_2 + \delta p_2))} \tag{12}$$

Ezért a módszer nem alkalmazható, ha instabil zérust akarunk kiejteni, mivel ekkor a szabályozó instabil rendszer lenne (instabil pólussal rendelkezne). Mivel a pólus zérus kiejtés nem valósul meg tökéletesen, a szabályozott nyílt rendszer a (12) alapján instabillá válna.
Alkalmazható a módszer abban az esetben, ha lassú, stabil pólusokat kell kiejteni a szabályozási idő növelésének érdekében. (Lassú pólusok tipikusan a rendszer legkisebb értékű pólusai. Ha a pólus értéke kicsi ez nagy időállandót, lassú választ jelent). Ha az eltérés a valós és lassú pólus között nem jelentős (δp_1 értéke kicsi) akkor az $\frac{s - p_1}{s - (p_1 + \delta p_1)}$ átvitel értéke megközelíti az egységnyi ideális erősítő átvitelét.
A pólus zérus kiejtés módszerét általában a visszacsatolás módszerével együtt szokás alkalmazni. A módszer alkalmazható diszkrét átviteli függvényekkel megadott rendszerekre is.

3. A *mérés menete*

3.1 A PID szabályozó tervezése

Legyen a rendszerünket leíró dinamikus modell:

$$m \cdot \ddot{x} + k_f \dot{x} + k_R x = u \tag{13}$$

Ahol m a kocsi tömege k_f a viszkózus súrlódási együtthatót, k_R a rugóállandót jelöli. x a kerék felfüggesztés pozíciója, u a bemeneti erő az aktív dugattyúban.
Tervezzünk a rendszernek PID szabályozót, amely biztosítja hogy a zárt rendszer tranziensében nem jelennek meg lengések és egységugrásra garantálja a nulla állandósult állapotbeli hibát.

1. Lépés: Írjuk fel a rendszer átviteli függvényét:

$$m \cdot s^2 X(s) + k_f \cdot s \cdot X(s) + k_R X(s) = U(s) \tag{14}$$

$$H_F(s) = \frac{1}{m \cdot s^2 + k_f s + k_R} \tag{15}$$

II. Lépés: Írjuk fel a nyílt rendszert a PID szabályozóval.

Legyen a PID szabályozó:

$$u(t) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \tag{16}$$

Az átviteli függvény:

$$H_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \tag{17}$$

$$H_{PID}(s) = K_P \left(\frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s} \right) \tag{18}$$

A nyílt rendszer:

$$H_N(s) = H_{PID}(s) \cdot H_F(s) = K_P \cdot \frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s} \cdot \frac{\frac{1}{k_R}}{\frac{m}{k_R} \cdot s^2 + \frac{k_f}{k_R} s + 1} \tag{19}$$

III. Lépés alkalmazzuk a pólus zérus kiejtést.

Ahhoz hogy a rendszer pólusait kiejtsük, a szabályozó paramétereit az alábbi módon kell választani:

$$T_i T_d = \frac{m}{k_R}, \quad T_i = \frac{k_f}{k_R}, \quad \Rightarrow \quad T_d = \frac{m}{k_R T_i} \tag{20}$$

A nyílt rendszer a pólus zérus kiejtés után:

$$H_N(s) = H_{PID}(s) \cdot H_F(s) = \frac{K_P}{T_i k_R s} \tag{21}$$

Látszik, hogy a pólus –zérus kiejtéssel a nem kívánt tranziensektől (lengésektől) megszabadultunk, a nyílt rendszer egy integrátorra egyszerűsödött.

IV lépés: Az erősítés meghatározása

Írjuk fel a zárt rendszert:

$$H_O(s) = \frac{H_N(s)}{1 + H_N(s)} = \frac{\frac{K_P}{k_R \cdot T_i \cdot s}}{1 + \frac{K_P}{k_R \cdot T_i \cdot s}} = \frac{1}{\frac{k_R \cdot T_i}{K_P} \cdot s + 1} \tag{22}$$

Látszik, hogy a zárt rendszer erősítése 1, tehát a szabályozó garantálja a nulla állandósult állapotbeli hibát. Minél nagyobb erősítést választunk, a zárt rendszer válasza annál gyorsabbá válik. Ugyanakkor az erősítés növelésének határt szab a stabilitás. Nagy erősítésértékekre a rendszer fázistartaléka lecsökken, így érzékennyé válik a modellbizonytalanságokra.

3.2 A szabályozó implementálása

- Határozzuk meg a szabályozó Ti TD paramétereit a (20) összefüggés alapján. A lengőrendszeren elhelyezett potenciométereket állítsuk úgy, hogy a folyamat pataméterei az alábbiak legyenek: *m= XXXX*, k_f*=XXXX*, k_R*=XXX*.
- A (7) összefüggés alapján határozzuk meg a q_0, q_1, q_2 paramétereket. A mintavételi periódus *T=0.015* másodperc.
- Az *ActiveDampingPIDControl* függvényben implementáljuk a szabályozót:
    - Ismerve mintavételi periódus állítsuk elő a referenciajelet, mint négyszögjelet , amelynek a periódusa 10 másodperc, maximális értékei 0 és 1.
    - Olvassuk be a pozíció bemenetet. Ezt a nullás analóg csatornán tudjuk elvégezni a *cbAIn* függvény segítségével. Függvény használata:

cbAIn(BOARD_NUM, ANALOG_CHANNEL, ADRANGE, &ADConversionResult)

BOARD_NUM – az adatbegyűjtő kártyához a meghajtó által hozzárendel szám (jelen esetben 1)
ANALOG_CHANNEL – az analóg csatorna száma, amire a beolvasott értéket kötöttük (jelen esteben 0)
ADRANGE – a mérési tartomány, amelyben beolvassuk a jeleket (jelen esetben +/- 5V, az ennek megfelelő konstans BIP5VOLTS)
ADConversionResult – unsigned short típusú változó amibe az konverzió eredménye kerül.

- Kalibráljuk a be olvasott pozícióértéket feszültséggé Volt mértékegységbe

- Számítsuk ki a szabályozási hibát és implementáljuk a szabályozót a (7) összefüggés alapján.

- A beavatkozó jel értékét korlátozzuk +/- 2047 közé (mivel a beavatkozó jelet 10 biten lehet kiküldeni). Ezután eltoljuk az értéket a 0 … 4096 tartományba (mivel 0 kimenetnek -5 Volt, 4096-nak pedig + 5 Volt felel meg) A kiküldésnél a felső négy bitet a FIRSPORTCL-on, az alsó 8 bitet a FIRSTPORTA-n küldjük ki.

```
if >2047 → u_k = 2047
if <-2047 → u_k = -2047
ControlOut = (int)ControlSignal + 2048;
ControlOutLow = ControlOut & 0x0FF
ControlOutHigh = ControlOut >> 8;
cbDOut (1, firstPortA, ControlOutLow);
cbDOut (1, firstPortCL, ControlOutHigh);
```

- Vizsgáljuk a szabályozási rendszer válaszát oszcilloszkópon különböző K_P értékekre az 1-100 intervallumban.

4. Kérdések és feladatok

1. Kérdés miért nem lehet PD vagy PI szabályozót alkalmazni a pólus-zérus kiejtésnél a másodfokú lengő rendszer esetében.
2. Módosítsa úgy a kiküldését, hogy a beavatkozó jel értéke ne +/- 5% volt, hanem +/- 3 Volt legyen.
3. Módosítsuk a rendszer paramétereit meghatározó potenciométerek pozícióit 10%-al. A paraméterváltozások hatása hogy befolyásolja a szabályozási jellemzőket?