A Dead-Beat szabályozás

1. A gyakorlat célja

Véges beállási idejű szabályozó tervezése egyenáramú szervomotorra. A szabályozás vizsgálata szimulációkkal.

2. Elméleti bevezető

Mintavételes lineáris rendszereknél elérhető, hogy a szabályozási hiba ne csak exponenciálisan csökkenve tartson a nullához, hanem véges számú mintavételi periódus alatt egzaktul nullává váljon.
A szabályozó tervezésénél feltételezzük, hogy az alapjel egységugrás-szerű. A szabályozó struktúráját, paramétereit úgy keressük, hogy a *zárt rendszer véges impulzusválaszú* (*FIR - Finite Impulse Resposnse*) legyen.
Az *n*-ed fokszámú FIR rendszer alakját általában z^{-1}-ben adjuk meg:

$$H_{FIR}(z^{-1}) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots a_n z^{-n} \tag{1}$$

Átírva *z*-be kapjuk, hogy:

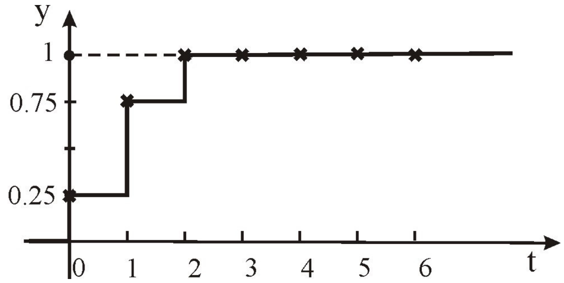
$$H_{FIR}(z) = \frac{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n}{z^n} \tag{2}$$

Látszik, hogy a FIR rendszer kauzális, *n* darab pólusa van a zéróban. Mintavételes rendszerek esetén a zéróhoz közeli pólusok kis időállandókat jelentenek, vagyis ezek rendszerek gyors válaszúak. A zérus pólusokat abszolút gyors pólusoknak nevezzük.
A gyors válasz csak úgy érhető el, hogy ha a szabályozás első mintavételeiben, vagy az alapjel megváltozásakor a beavatkozó jel nagy értékeket vesz fel. A beavatkozók bemenete csak véges nagyságú értéket vehet fel, ezért célszerű már a szabályozótervezés szintjén garantálni, hogy a szabályozás első mintavételében a beavatkozó jel korlátos legyen.
Időtartományban a FIR rendszereket az alábbi módon kapjuk (*y* – kimenet, *r* - bemenet):

$$H_{FIR}\left(z^{-1}\right) = \frac{y\left(z^{-1}\right)}{r\left(z^{-1}\right)} = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_n z^{-n}$$

$$y\left(z^{-1}\right) = a_0 r\left(z^{-1}\right) + a_1 r\left(z^{-1}\right) z^{-1} + a_2 r\left(z^{-1}\right) z^{-2} + \ldots + a_n r\left(z^{-1}\right) z^{-n}$$

$$y_k = a_0 r_k + a_1 r_{k-1} + a_2 r_{k-2} + \ldots + a_n r_{k-n} \tag{3}$$



1 Ábra: FIR rendszer egységugrásra adott válasza

Könnyen belátható, hogy általában a FIR rendszer bemenete egységugrásra az együtthatók összegéhez konvergál: $\sum_{i=0}^{n} a_i$. Irányítástechnikai alkalmazásoknál a cél, hogy egységugrás alapjelre a folyamat kimenet 1 legyen, ezért a dead-beat szabályozó tervezéséhez a referenciarendszerként választandó FIR rendszer együtthatóinak összege 1 kell legyen.

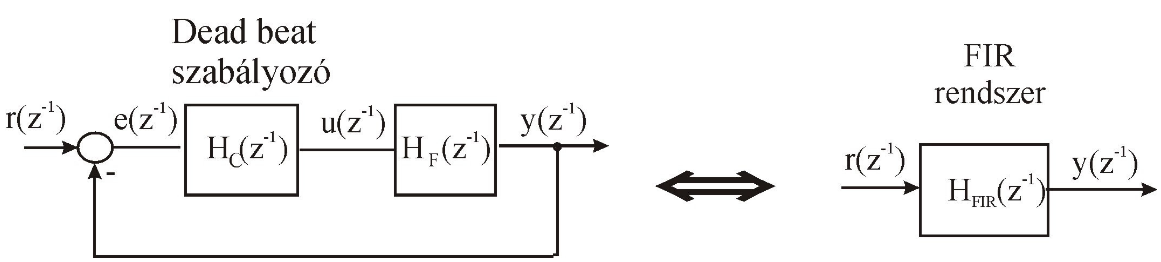
Tehát a dead – beat szabályozó tervezésénél az alábbi követelményekből indulunk ki:

I. A zárt rendszer FIR rendszer legyen (lásd 8.17 Ábra), amelynek az együtthatói kielégítik az alábbi feltételt:

$$\sum_{i=0}^{n} a_i = 1 \tag{4}$$

II. A beavatkozó jel értékére a *k=0* mintavételben korlátos legyen adott u_{MAX} korláttal:

$$|u_k| \le u_{MAX}, \text{ ha } k = 0 \tag{5}$$



0.1 Ábra: A dead-beat szabályozó tervezése

Legyen adott az irányított folyamatot leíró mintavételes modell:

$$H_F\left(z^{-1}\right) = \frac{B\left(z^{-1}\right)}{A\left(z^{-1}\right)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_m z^{-n}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_n z^{-n}} \tag{6}$$

Mivel a zárt rendszer FIR rendszer kell, hogy legyen, ezért z^{-1} -ben a rendszer átvitelét egy polinom adja. Legyen ez a $K(z^{-1})$ polinom:

$$\underbrace{K\left(z^{-1}\right)}_{=k_0+k_1z^{-1}+\dots} = \frac{y(z^{-1})}{r(z^{-1})} = \frac{H_C(z^{-1}) \cdot H_F(z^{-1})}{1+H_C(z^{-1}) \cdot H_F(z^{-1})} \tag{7}$$

Ahhoz, hogy a zárt rendszer FIR legyen, vagyis konstans alapjelre a kimenet véges számú mintavétel után ne változzon, az szükséges, hogy a szabályozó kimenete - a beavatkozó jel – se változzon. Tehát az átvitel az alapjelről a beavatkozó jelre is FIR rendszer legyen. Legyen ez az $M(z^{-1})$ polinom. A 8.17 Ábra alapján kapjuk:

$$\underbrace{M\left(z^{-1}\right)}_{=m_0+m_1z^{-1}+\dots} = \frac{u(z^{-1})}{r(z^{-1})} = \frac{H_C(z^{-1})}{1+H_C(z^{-1}) \cdot H_F(z^{-1})} \tag{8}$$

Elosztva a *K* és *M* polinomokat kapjuk:

$$\frac{K\left(z^{-1}\right)}{M\left(z^{-1}\right)} = H_F\left(z^{-1}\right) = \frac{B\left(z^{-1}\right)}{A\left(z^{-1}\right)} \tag{9}$$

Tehát bármely $L(z^{-1})$ nemzérus polinomra igaz, hogy:

$$\frac{K\left(z^{-1}\right)}{M\left(z^{-1}\right)} = \frac{L\left(z^{-1}\right)}{L\left(z^{-1}\right)} \cdot \frac{B\left(z^{-1}\right)}{A\left(z^{-1}\right)} \tag{10}$$

A (10) összefüggés alapján a *K* és *M* polinomok az alábbi alakban kereshetőek:

$$\begin{cases} K(z^{-1}) = L(z^{-1}) \cdot B(z^{-1}) \\ M(z^{-1}) = L(z^{-1}) \cdot A(z^{-1}) \end{cases} \tag{11}$$

A (8) összefüggés alapján a dead-beat szabályozót az *L* polinom függvényében az alábbi alakban kapjuk:

$$H_C(z^{-1}) = \frac{M(z^{-1})}{1-M(z^{-1}) \cdot H_F(z^{-1})} = \frac{L(z^{-1}) \cdot A(z^{-1})}{1-\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \cdot L(z^{-1}) \cdot A(z^{-1})} = \frac{L(z^{-1}) \cdot A(z^{-1})}{1-L(z^{-1}) \cdot B(z^{-1})} \tag{12}$$

Mivel az *A* és *B* polinomok ismertek a folyamatot leíró modellből, az *L* polinomot kell meghatározni a szabályozó átviteli függvényéhez. Mivel két feltételünk van a szabályozótervezéshez, válasszuk az *L* polinomot elsőfokúnak, tehát olyan polinomnak, amelynek két paramétere van:

$$L(z) = l_0 + l_1 z^{-1} \tag{13}$$

Az *I.* feltétel alapján a zárt rendszert leíró polinom együtthatóinak összege 1 (lásd (4) összefüggés), tehát *K(1)=1*:

$$K(1) = L(1) \cdot B(1) = 1 \Rightarrow L(1) = \frac{1}{B(1)} \Rightarrow \quad l_0 + l_1 = \frac{1}{\sum b_i} \tag{14}$$

A *II.* feltétel alapján a beavatkozó jel a *0*-ik mintavételben u_{MAX}. A (8) összefüggés alapján, ha *r* egységugrás:

$$\begin{aligned} &u\left(z^{-1}\right) = M\left(z^{-1}\right) \cdot r\left(z^{-1}\right) \\ &u_k = m_0 r_k + m_1 r_{k-1} + m_2 r_{k-2} + \ldots + m_r r_{k-r} \end{aligned} \tag{16}$$

$$u_0 = m_0 \underbrace{r_0}_{=1} + m_1 \underbrace{r_{-1}}_{=0} + \ldots + m_r \underbrace{r_{-r}}_{=0} \tag{17}$$

Tehát a (17) összefüggés alapján a beavatkozó jel a *k=0* mintavételben (u_0) egyenlő az M polinom szabadtagjával (m_0). Ugyanakkor a (11) összefüggés alapján ($M = L \cdot A$):

$$m_0 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2} + \ldots = \left(l_0 + l_1 z^{-1}\right) \cdot \left(a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots\right) \tag{18}$$

A (17) és (18) összefüggések alapján:

$$\begin{cases} m_0 = l_0 \cdot a_0 \\ m_0 = u_0 = u_{MAX} \end{cases} \Rightarrow u_{MAX} = l_0 \cdot a_0 \tag{19}$$

A (19) és (14) összefüggések alapján kapjuk az *L* polinom két együtthatóját:

$$\begin{cases} l_0 = \dfrac{u_{MAX}}{a_0} \\ l_0 + l_1 = \dfrac{1}{b_0 + b_1 + \ldots + b_n} \Rightarrow \quad l_1 = \dfrac{1}{b_0 + b_1 + \ldots + b_n} - l_0 \end{cases} \tag{20}$$

Az *L* polinom ismeretében a (12) összefüggés alapján kapjuk a dead - beat szabályozót, amely kielégíti az *I.* és *II.* feltételeket.

A szabályozó tervezésénél feltételeztük, hogy a maximális beavatkozó jelet a *k=0* mintavételben kapjuk. Ugyanakkor, ha a mintavételi periódust túl kicsire választjuk előfordulhat, hogy a szabályozó által kiszámított beavatkozó jel a *k=1* vagy azutáni mintavételben nagyobb lesz, mint u_{MAX}. Ez azért történhet meg, mert kis mintavétel miatt túl gyors választ várunk el a rendszertől, ami nem csak a legelső mintavételben eredményezhet nagy beavatkozó jelet. Ezért a mintavétel megválasztásánál szimulációval kell ellenőrizni a beavatkozó jel nagyságát a szabályozási tranziens alatt és ha azt tapasztaljuk, hogy a *k=1* vagy azutáni mintavételekben a beavatkozó jel nagyobb mint u_{MAX}, akkor nagyobb mintavételi periódust kell választani.

3. A *mérés menete*

1. Feladat: Legyen az alábbi FIR rendszer

$$H_{FIR}(z) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{4}z^{-2}$$

Határozzuk meg a rendszer egységugrásra adott válaszát az első 4 mintavételben.

A feladat megoldása:
A mintavételes egységugrás jelnek a $k=0$ és azutáni összes mintavételben az értéke 1, a $k=0$ előtti mintavételekben az értéke 0.
Átírva a modellt időtartományba a (3) összefüggés alapján, kapjuk:

$$y_0 = \frac{1}{4}r_0 + \frac{1}{2}r_{-1} + \frac{1}{4}r_{-2} = \frac{1}{4}$$
$$y_1 = \frac{1}{4}r_1 + \frac{1}{2}r_0 + \frac{1}{4}r_{-1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 0 = \frac{3}{4}$$
$$y_2 = \frac{1}{4}r_2 + \frac{1}{2}r_1 + \frac{1}{4}r_0 = 1$$
$$y_3 = \frac{1}{4}r_3 + \frac{1}{2}r_2 + \frac{1}{4}r_1 = 1$$
$$y_4 = \ldots = y_{546127} = 1$$

2. Feladat: Legyen egy egyenáramú szervomotort leíró modell:

$$H_F(s) = \frac{3.94 \cdot 10^5}{s^3 + 6790s^2 + 5.266 \cdot 10^5 s}$$

A bemenet a motorra adott feszültség, kimenet a motor szögpozíciója. Tervezzünk a motornak véges beállási idejű szabályozót úgy, hogy a motorra kapcsolható maximális feszültség $u_{MAX}=24V$ legyen.
Ahhoz, hogy a szabályozó véges számú mintavétel alatt el tudja érni az előírt értéket, a mintavételi periódust a rendszer időállandóival összemérhetőnek kell választani. Legyen a választott mintavételi periódus 0.05 másodperc.

A megoldás lépései:
2.1. Határozzuk meg a minatvételezett rendszer átviteli függvényét a Matlab '*c2dm*' utasítás segítségével, a '*zoh*' paraméterezéssel meghívva. Mivel a '*c2dm*' utasítással kapott mintavételes átviteli függvény z-ben van felírva és a szabályozó tervezése z^{-1}-ben történik, az átviteli függvényt át kell írni z^{-1}-be. Ehhez a Matlab '*fliplr*' függvényét használhatjuk, alkalmazva a folyamat átviteli függvényének számlálójára és nevezőjére.
2.2. Határozzuk meg az L polinom paramétereit a (20) összefüggés alapján. A vektor elemeinek összegzésére a '*sum* ' függvényt alkalmazhatjuk.

2.3. A kapott értékekkel a szabályozó átviteli függvényét a (12) összefüggés alapján számíthatjuk. A polinomok szorzásához a Matlab '*conv*' függvényét érdemes használni.
2.4. Vizsgáljuk a szabályozási rendszert Simulink környezetben:
- A modell szimulációs ideje legyen 10 másodperc.
- A szabályozási rendszerben a folyamatot és a szabályozót *Dicrete Transfer Function* blokkal modelezzük.
- Legyen az alapjel négyszögjel. A négyszögjel minimális értéke 0 radián, maximális értéke *1* radián, periódusa *1* másodperc (mp).
2.4 Mérések kiértékelése: Vizsgáljuk, hogy a kialakított szabályozási rendszer teljesíti-e a szabályozási követelményeket (véges számú mintavételi periódus alatt a pozíció eléri az előírt értéket, a beavatkozó jel maximális értéke 24 V).
Vizsgáljuk a szabályozás robusztosságát. A szabályozási rendszerben módosítsuk a folyamat paramétereinek értékét. Hogyan módosul a szabályozási rendszer pozícióválasza?

4. Kérdések és feladatok

1. Valósítsuk meg a szimulációt Maltab program formájában is.
2. Vizsgáljuk meg a dead beat szabályozás tervezését 0,01 és 01 másodpercre is. Mit tapasztalunk?
3. Módosítsuk úgy a tervezés lépéseit, hogy ne csak az első, hanem a második lépésben is korlátos legyen a beavatkozó jel értéke (segítség: az *L* polinomot válasszuk harmadfokúnak).